



9B132,943



PURCHASED FOR THE  
UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY  
FROM THE  
HUMANITIES RESEARCH COUNCIL  
SPECIAL GRANT  
FOR  
Galileo

STILLMAN DRAKE

---

---










CF 59





Digitized by the Internet Archive  
in 2024 with funding from  
University of Toronto

<https://archive.org/details/dgalilaeidegalil00gali>



D. GALILÆI DE  
GALILÆIS, PATRI-  
TII FLORENTINI, MATHE-  
maticum in Gymnasio Patavino  
Doct̃oris excellentissimi,

DE PROPORTIONUM IN-  
STRUMENTO A SE INVENTO,  
*quod meritò Compendium dixeris uni-  
versæ Geometriæ,*

TRACTATUS,

Rogatu philomathematicorum

A MATHIA BERNEGGERO EX ITALICA IN  
Latinam linguam nunc primùm translatus: adjectis  
etiam notis illustratus, quibus & artificiosa  
Instrumenti fabrica, & usus  
ulterior exponitur.

Ἀνεωγμέναι Μαστῶν ὕδραι.



ARGENTORATI

Typis Caroli Kiefferi. Prostant apud Joannem Carolum,  
Bibliopolam Argent. M. DC. XIII.



THE NATIONAL ANTHROPOLOGICAL ARCHIVES

THE NATIONAL ANTHROPOLOGICAL ARCHIVES  
WASHINGTON, D. C.

DEPARTMENT OF THE INTERIOR  
BUREAU OF LAND MANAGEMENT

STATUTES

Regulations for the management of the public lands  
of the United States, as prescribed by the Secretary of the  
Interior, under authority of the Act of March 3, 1879,  
chapter 22, section 2, entitled "An Act to provide for the  
management of the public lands of the United States."

1879

DEPARTMENT OF THE INTERIOR

BUREAU OF LAND MANAGEMENT  
WASHINGTON, D. C.



ILLUSTRIBUS AC  
GENEROSISSIMIS DOMINIS,  
DOMINO HENRICO MEDIO RUTHENO,  
Dynastæ à Plaven, Domino in Graitz,  
Cranichfeld, Gera, Schlaitz,  
& Lobenstein:

DOMINO JOANNI-CASPARO, Baroni  
à Schönburg, Domino in Glaucha  
& Waldenburg:

DOMINIS MEIS CLEMENTIBUS, S.

**E**X omni scientiarum genere, quod Illu-  
stribus ac vestri ordinis hominibus, Ge-  
nerosi Barones, tractandum est, haud  
scio, ullum ne sit Mathesi magis necessarium,  
vel ad eas artes, quibus Res gubernantur pu-  
blica, discendum: vel munia laudati Magi-  
stratus obeundum. Est, ut eas disciplinas, in  
quibus etiam inferioris conditionis hominum  
occupari solet industria, latere nunc patiar,  
convenientissimum vobis, atq. adeò penè pro-  
prium, Politica, & quæ huic subservit, Ethica  
studium. At in hoc quàm sit mathematicum,

intelligentia necessaria, Platonis & Aristote-  
lis de Repub. moribúsq, philosophia declarat  
amplissimè, in qua laudatarum actionum atq,  
administrationum partes ratione, proportionè,  
symmetria definiuntur. Et quidem Platonis  
de Repub. libri mathematicum peritum lecto-  
rem usq, adeò requirunt, ut quidam libris ad  
eam rem separatis Mathematicos Platonice  
Philosophie locos interpretandos sibi sumpse-  
rint. Aristotelis certè de Iustitia virtutum  
principe in Ethicis liber omninò mathemati-  
cus est. Juris deinde civilis atq, legum cogni-  
tio subditis aliquando & prefuturo & profu-  
turo tam est necessaria, quàm quæ maxime.  
Verùm & hæc matheseos carere subsidio non  
potest. Cõstat enim, leges Romanas multis locis  
ac partibus lineamentorũ γεωμετρικὰς ἀποδείξεις, ac  
numerorum subtilitates requirere. Nec ad  
intelligendum tantum & cognoscendum ea, quæ  
legibus sanciantur: sed ad agendum etiam &  
exequendum perutilis ac necessaria mathesis  
est: quippe quæ velut Dea quadam æquitatis  
atq, Iustitiæ suum cuiq, partitur ac tribuit,  
modò



modò arithmetica numeri, modò geometrica  
dignitatis proportionē servatā. Hoc enim  
examine lanx utraq; Iustitiæ in æquamento &  
libramento partium tanquam radiorum æqua-  
tium & æquitate juris æquiponderantium con-  
quiescit. Est Rem curaturo publicam summo-  
perè necessaria rerum gestarum veterisq; me-  
morie cognitio, ut actiones suas atq; consilia  
non præceptis modò, sed & exemplis regat: imi-  
tetur suo loco ac tempore, quæ feliciter prospe-  
reque fugiat, quæ secus evenerunt. Atqui & in  
hoc historici studii stadio progredietur auspica-  
tione gradu is, qui Mathesi, atq; hujus potissi-  
mum ea parte, quæ terrarum situm ac tempo-  
rum tradit rationem, tanquam Ariadne filo  
ductus, ingressus illud fuerit: quàm qui mani-  
bus & pedibus, quod ajunt, illotis irruerit.  
Adeoq; sola Mathematica, supra quàm ex pro-  
fesso docet, rectè disciplinas omnes ceteras per-  
sequendi perillustre suæ claritatis exemplum &  
veluti normam præbet, ut non immeritò à Pla-  
tone in Timæo κατὰ πείραξις ὁδὸς, ad eruditionē via  
nominetur: præfixum ejus schola foribus illud

fuerit, àyeuπéteγtoς ἐδὺς ἐοίτα: imperitus geometriae  
(quo nomine arithmeticae quoq<sup>ue</sup> sunt com-  
plexi) ne quis ingreditor. Quando verò jam  
clavum imperii tenere, Reipub. tractare guber-  
nacula, & in lucem, in conspectum hominum  
expromere oportet ea, quae sunt è literis hausta,  
tum verò vel maximè viri principes experiun-  
tur, quanta mathesis adjumenta suppeditet  
non pacatis tantùm & civilibus negotiis ex-  
pediendis, cùm est judicandum de controver-  
sis herciscunda familia, dirimendi lucri, dam-  
ni, consimiliuq<sup>ue</sup> litium, ubi partes saepè toto  
dividuo sunt majores: cùm constituenda per  
provincias aequà ratione vectigalia: cùm in  
aestimandis generibus rationum omnium atq<sup>ue</sup>  
dijudicandis est versandum: cùm urbium in-  
stituenda vel examinanda structura, situs,  
amanitas, robur: cùm de controversis agrorum,  
pratorum, sylvarum limitibus judicium feren-  
dum, expedienda alia sunt, in quibus ex per-  
suadentium nutu Magistratus pendere nolit:  
Verùm etiam in gerendis bellis, ubi certè pagi-  
nam utramq<sup>ue</sup> mathematica facit: machinarum  
suppeditat.



suppeditat peritiam: Tacticen docet, quæ vi-  
ctoriam ex proportionē ac ordinis ratione moli-  
tur, ut ex intervallis ordinum aut subsidia mit-  
tantur, aut defessis receptus concedatur. Atq;  
hinc est, quod summi Monarchæ, Principes,  
Dynastæ, mathematicas disciplinas ut pluri-  
mum in deliciis habuerunt: nostris quoq; tem-  
poribus Iulii Cæsares, Adriani, Caroli Magni,  
Alphonsti, Æmilii Pauli reperiuntur, qui, quòd  
et ipsi has colunt artes, et earum cultores amant  
atq; fovēt, à populari contemptu faciliè ipsas  
vindicare queunt: cùm principibus placuisse  
viris non ultima laus sit. Nimirum cùm sint  
Magistratus terrestria quedam Numina, ac  
Dii sacris in literis appellantur, hac quoq; re  
machinatorem omnium rerum Deum sibi pro-  
ponūt, proponere certè debent ad imitandū, qui,  
quod Platonis est ἀριθμός, μέλις α πάντων γεωμετρεῖ,  
hoc est, numero, ratione, mensurâ Universi-  
tatem et constituit, et gubernat: ut Plutarchus  
in octavo symposiaco eleganter interpretatur.

Porro cùm duo sint hominum genera, qui li-  
teras tractant: unum eorum, qui etatem in ab-  
ditarum

ditarum rerum atq<sup>3</sup> subtilissimarum notitia<sup>9</sup>  
scrupulosè perscrutanda conterunt: & in con-  
templatione nuda sua viter acquiescentes, nihil  
in vita curant ulterius: alterum illorum, qui  
ad usum civilem artes transferre constituerunt,  
ideoq<sup>3</sup> mysteriis earum penitioribus investigan-  
dis minimè se fatigant, ne scilicet occupatos in  
sternenda politicam ad vitam via senium oc-  
cupet: horum ad classem Illustri nati loco re-  
ferendi videntur: quibus est utiq<sup>3</sup> cum Ennio  
illo Neoptolemo paucis philosophandū. Et sunt  
profectò, ut ad institutum paulò propiùs acce-  
dam, in Geometria problemata multa, quæ,  
quamvis ratione contemplationis excellentiam  
suam obtinent: usum tamen si spectes, exigui  
momenti sunt: qualia sunt Archimedaæ pleraq<sup>3</sup>  
de conoeidibus & spheroeidibus, de spirilibus  
lineis: maxima item illorum pars, quæ de lineis  
irrationalibus tradita sunt, quorū contempla-  
tio magnâ est cum obscuritate difficultateq<sup>3</sup> con-  
iuncta: adeò ut unus Elementorum Euclidis  
decimus liber, qui de irrationalibus est & asym-  
metris lineis, obscuritate sua Iustiniani pande-

ctas



*Etas omnes, Rami judicio, facile superet. Horum intempestiva speculationi vacare minus commode queunt ii, qui vires ingenii corporisq; gravioribus aliis laboribus exantlandis, ac studiis instituto suo viteq; generi convenientioribus integras conservare debent. Quin etiam in iis geometriae partibus, quae plus ad communem vitam utilitatis adferre solent, non tamen pauca insunt, ad quae proximior et quasi compendiaria via perveniri, et eorum haberi ratio potest, qui diuturnioris morae tedium vorare detrectantes, regiam viam malunt, quam per ambages, ad ea, quae sibi necessaria vident, contendere. Quare summa laude et gloria dignissima Galilei de Galileis, praestantissimi Mathematici est industria, qui annis abhinc non multis excogitavit Instrumentum quoddam, cujus adminiculo pauculis diebus, quicquid ad usum civilem atq; militarem ex Geometria et Arithmetica depromi potest, facili negotio, magno cum temporis et laboris compendio cognoscitur: quo uno certe Invento, etiamsi aliis per se ipse clarus non foret, est autem pluribus, uno,*

)( )(

*inquam*

inquam, hoc invento nomen suum aternâ memoria sacrum, posierit aut traderet. Cum autem ea, qua Vir ille præstantissimus de isthoc eximio suo invento scripsit, paucis, & Italica tantum lingua gnaris essent usui, non defuerunt ex amicis ac fautoribus meis, qui, si versione latina bonum istud communius, ac proinde melius redderem, non exiguam à mathematicarum artium studiosis hominibus me gratiam initurum putarunt: atq, ita ut facerem, persuaserunt.

Hunc meum fatum, (ita dico, meum: nempe mea qualicunq, opera sic recens politum, latinitate donatum, ac notationum veste novâ indutum) humilimè Vobis offero, propriumq, dico, Barones perillustres, Domini mei Clementes. Sequor in hoc Archimedis exemplum, qui nemini sua inscribenda judicavit opera, nisi qui talium rerum intelligens ac peritus fuisset. Vos quippe, ut fidelissimo ductu Viri clarissimi, Domini IOHANNIS RICHTERI, in aliis studiorum generibus, è quibus firma parantur ad salutem hominibus dandam, Rem tractandam publicam præsidia, versamini feliciter: ita quoq, maximorum Heroum in hoc exemplum secuti, Ma-



thematicas hasce Musas familiariter in secretū  
admittitis: nec penitendos in benè numerandi  
doctrina, in magnitudinum, & quæ his insunt,  
adfectionum scientia progressus fecistis. Quibus  
de rebus, atq; de hoc ipso proportionum instru-  
mento, quod a deo clementer audire me differen-  
tem, sæpe numero dignati fuistis, multis etiam be-  
neficiis, affecistis, ut in magna felicitatis parte  
loco: sic vicissim mea in Vos observantia, grati-  
tudinis ac submissi studii testem chartaceū hocce  
munusculum, cum nihil suppetat aliud, extare  
volo. Accedit, quòd quarendi fuerunt huic ope-  
ri, quorū patrocinio & autoritate contra mor-  
sus invidorum sese tueretur. Cū enim solenne  
sit hoc tempore, ut non scioli modò, sed penè Lip-  
pi tonsoresq; præstantissimorum virorum exi-  
stimationi detrahant, ac alieni nominis ruinā  
fama popularis auram captent: quid mihi, qui  
me meaq; infra mediocritatem posita lubens  
agnosco, possit accidere, facile conjecturam ca-  
pio. Quorum ab iniqua censura Vestro me præ-  
sidio tutum ut præstetis: & qua estis hætenus  
clementia complexi, posthac item complectami-

ni, quæ par est observantia submissioneq; rogo,  
DEUM precatus, ut Virtutis ac indolis gene-  
rosa semina illa, quæ nunc in germen sese tene-  
rum explicant, ad maturitatem, & canam fru-  
gẽ perducatur, omniaq; cœpta vestra sospitet, quò  
communi olim patria commodo, Illustrib. ve-  
stris familiis ornamento singulari esse queatis.  
P.P. Argentorati, Nonis Septembribus, Anno  
reparata salutis 1612.

GG. VV. submisè colens,

M. Mathias Bernegger,  
suprema curia in Argentora-  
tensi Academia Moderator.

INSTRU.



# INSTRUMENTI PROPORTIONUM VSUS.

*Propositam lineam in partes aequales  
dividere.*

## PROBLEMA I.

**N**Ovi proportionum Instrumenti usum explicaturi, faciemus initium ab illius ea facie, in qua linearum quatuor paria descripta sunt, cum suis divisionibus, & numeris: atque inter has declarabimus primum interiores illas, quas *Arithmeticas* appellare placuit, cum divisae sint secundum arithmeticae proportionem, id est, cum excessu aequali, in partes 250. Atque hae multiplicem nobis usum suppeditabunt. Et primum quidem earum auxilio dividere licebit propositam quamque lineam in partes quotlibet, sic procedendo.

### *Primus casus.*

Quando proposita linea magnitudine mediocris est, sic ut non excedat aperturam instrumenti, circino capiatur integra ejus quantitas, hocque spatium applicetur transversè, dilatato instrumento, ad quem libuerit numerum arithmeticarum linearum; ita tamen, ut in iisdem extet alius minor numerus, ab illo maiore toties comprehensus, quot sunt partes, in quas proposita linea secanda est. Relicto in hac apertura instrumento, capiatur transversum spatium, inter puncta minoris illius numeri: quod spatium absque dubio lineam propositam secabit in partes petitas. Iubeamur, verbi causa, datam lineam in quinque partes aequales dividere. Sumantur itaque duo numeri, ex quibus maior sit quintuplus ad alterum, ut sunt 100. & 20. apertoque instrumento, longitudine lineae circino sumpta, transversè inter puncta 100, 100 interponatur: eodèmq; sic immoto, capiatur transversa itidem distantia inter puncta 20. 20: atque haec praecise quinta pars erit ex proposita linea. Quo pacto cunctae aliae linearum divisiones institui possunt. Ubi advertendum, esse numeros maiores eligendos, qui tamen non excedant 250. Sic enim operatio & exactior erit, & facilior.



*Alius modus.*

Id ipsum consequemur etiam ita procedendo. Sit, exempli causâ, linea A B in partes undecim æquales dividenda. Eligantur itaque duo numeri, proportionem inter se undecuplam habentes, ut sunt, 110. & 10, sumptaque circino tota linea A B accommodetur transversè ad puncta 110. 110. Deinde quia in hisce lineis distantia punctorum 10. 10. capi nequit, cum propter centri viciniam puncta ibi nulla extent: huius loco sumatur intervallum punctorum 100. 100. compresso nonnihil circino: cuius uno crure in B. fixo, crus alterum notet punctum C: unde remanens linea A C pars erit undecima totius A B: similiterque uno circini crure in A collocato, versùs alteram extremitatem lineæ notetur punctum E. Unde E B relinquitur æqualis ipsi C A. Pòst iterum nonnihil compresso circino capiatur intervallum transversum punctorum 90. 90. idemque transportetur ex B. in D. & ex A in F: habebunturque rursus duæ lineæ C D. F E quæ & ipsæ sunt partes undecimæ, totius lineæ.

Eadem quæ ratione transferendo ex hac & illa parte distantias inter puncta 80. 80. 70. 70 &c. sumptas, reperientur & reliquæ divisiones: quemadmodum è subiecta linea patet.

*Secundus Casus.*

Quod si verò minima quædam linea in multas partes dividenda nobis proponeretur, qualis esset, exempli causâ, sequens linea A B, in partes tredecim secanda, procedendum est hoc altero modo. Prolongetur occultè linea A B. usque in C: in hac obscura linea sumantur aliæ partes, quotquot placuerint, æquales ipsi A B. & sint in præsentis exemplo sex: ita ut A C. sit septupla ad A B. Manifestum est, quòd tota linea A C. complectatur 91. partes tales, qualium A B. 13. continet. Nam 13. septies sumpta, constituunt 91. Unde sumptam circino totam lineam A C. transversè colloca inter puncta 91. 91. atque sic immoto instrumento, nonnihil comprime circinum, ut ad unitate minorem numerum, hoc est, inter 90. 90. accommodetur: quod intervallum ex puncto C. versùs A. transporta. Sic enim versùs A abscindetur nonagesima prima totius C A. pars: quæ est pars decimatertia propositæ lineæ B A. Atque hoc pacto circinus ad puncta 89. 88. 87. &c. constringi, & ista intervalla ex termino C. versùs A transportari possunt. Sic enim et reliquæ



reliquis<sup>1</sup> propositæ lineæ AB. particulas invenire licebit.

Vbi tamen obseruetur, si prolongatam lineam A C. quantumvis major instrumenti apertura, inter puncta 91. 91. non admitteret, quodd illa sit applicanda ad huius numeri 91. duplum, hoc est, inter 182. 182. verum necesse tum erit comprimi circinum ad numerum binario minorem, hoc est, inter 180. 180. collocari. Quod si etiam triplum eorundem 91. sumere placet, ista ipsa compressio ad numerum ternario minorem fieri debet: atque sic consequenter.

*Tertius Casus.* Cæterum si dividenda lineæ tantæ magnitudinis esset, ut aperturam instrumenti maximam excederet, poterimus nihilominus ex ea petitam partem, exempli causâ, septimam, abscindere. Primum itaque duo numeri eligantur, quorum unus ad alterum sit septuplus: quales sunt 140 & 20. Aperiatur instrumentum pro libitu, capiaturque circino transversa distantia punctorum 140. 140. ac videatur, quoties hæc in maiore proposita lineâ contineatur: ac quoties continetur, toties transversum intervallum punctorum 20. 20. replicetur in eadem lineâ maiore, si quidem intervallum punctorum 140. 140. datam lineam exactè metiatur. Quod si verò non præcisè in ea contineatur, ex residuo capienda est pars septima, juxta modum suprâ declaratum, eademque adjungenda ad illud intervallum, quod in data lineâ maiore ex repetita intervalli 20. 20. revolutione nascitur, habebiturque septima pars exactè, prout petitum erat.

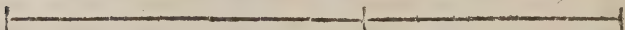
*Ex lineâ proposita quascunque petitas partes abscindere.*

## P R O B L E M A. II.

Tantò utilior ac necessaria magis est hæc operatio, quantò difficilior foret, absque huius instrumenti opera tales divisiones perficere; quas tamen per instrumentum dicto citius exequemur. Quando igitur ex proposita lineâ quocunque petitæ partes abscindendæ sunt, exempli causâ, si ex lineâ 197. partium, partes 113. abscindere jubeamur; accepta circino datæ lineæ longitudo, transversè inter instrumenti aperti puncta 97. 197. interjiciatur: & immoto sic instrumento

4  
per eundem circinum capiatur intervallum punctorum 113. 113. Actan-  
ta erit præcisè datæ lineæ portio, quæ  $\frac{113}{197}$  fractioni respondet.

$$\frac{113}{197}$$



Proba huius operationis talis est. Subtrahe minorē numerū ex maiore, h. e. 113, ex 197. residuū est 84. Quare sumatur distantia punctorum 84. 84. in instrumento priorem situm tenente, quæ si fuerit æqualis residuo lineæ, benè sumus operati.

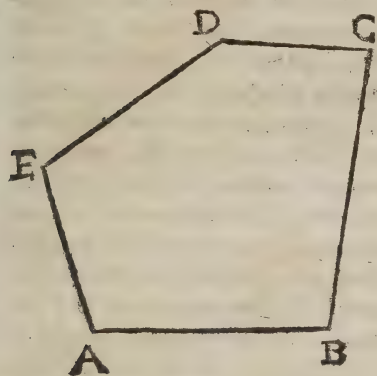
*Jisdem arithmetice lineis uti loco duarum, imò  
infinitarum scalarum ad figuram da-  
tam in maiorem aliam vel minorem pro  
arbitrio nostro commutandam.*

### PROBLEMA III.

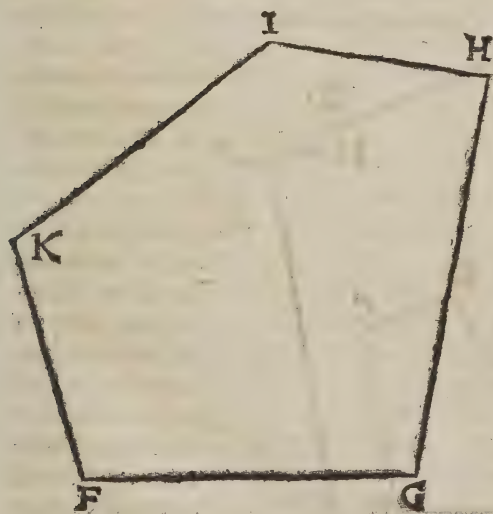
Manifestum est, quòd, quotiescunque figuram aliquam quacun-  
que proportionē in maiorem vel minorem aliam commutare oportet,  
necessum habeamus, parare duas scalas exactè divisas: quarum una in-  
serviat figuræ datæ metiendæ: altera notandis lineis figuræ novæ de-  
scribendæ, quæ certa proportionē respondeant homologis datæ figuræ  
lineis. Huiusmodi ergò duas scalas ex, de quibus nunc sermo nobis  
est, arithmetice lineæ suppeditant: quarum una, est linea iam in ipso  
instrumento directè divisā, & ex instrumenti centro principium capiens:  
quæ quidem scala stabilis est, inserviens metiendis lateribus propositæ fi-  
guræ: altera verò, ad novam describendam figuram comparata, mobi-  
lis esse debet, hoc est, talis, quæ ad arbitrium nostrum augeri minuive  
queat, prout novam figuram vel maiorem alterā, vel minorem consti-  
tuere placet. Atque hæc scala mutabilis sive mobilis, illa est, quam in  
jisdem lineis habemus transversè, nostrum instrumentum vel constrin-  
gendo, vel dilatando. Procedendi modus exemplo patefcet. Sit Propo-  
sita figura A B CDE, cui similis alia describenda sit super linea F G.  
quæ linea sit homologa sive respondens lineæ A B. Manifestum  
hic est, opus esse duabus scalis, per quarum unam metiamur lineas figu-  
ræ datæ A B C D E, & per alteram lineas figuræ describendæ, Atque



hac illa maior vel minore esse debet secundum proportionem lineæ F G, ad A B. Capiatur itaque circino linea A B, & æque directè applicetur ad scalā instruenti rectā, posito nimirum uno circini crure in instrummenti centro: & altero aliquod punctorum attingente, quod sit, exempli causā 25. postea circino sumatur linea F G, & alterutrum crus imponatur puncto 25. aperiaturque instrumentum, usque dum crus alterum, transve sè correspondens punctum 25. præcisè attingat. Et in hoc situ relinquendum est instrumentum, omniaque cætera figuræ propositæ latera metienda sunt super scalam



rectam: & immediatè capiendæ distantie punctorum ab ijs abscissorum, transversè sibi respondentium, quæ sunt latera figuræ describendæ. Sit, verbi causā, in exemplo superiore querenda longitudo lineæ G H, quæ respondeat lineæ B C. Cape circino distantiam B C. eamque instrumento directè, hoc est, sic applica, ut crus unum centro insit, alterum vero in immobili scala punctum aliquod abscindat, quod hinc esto

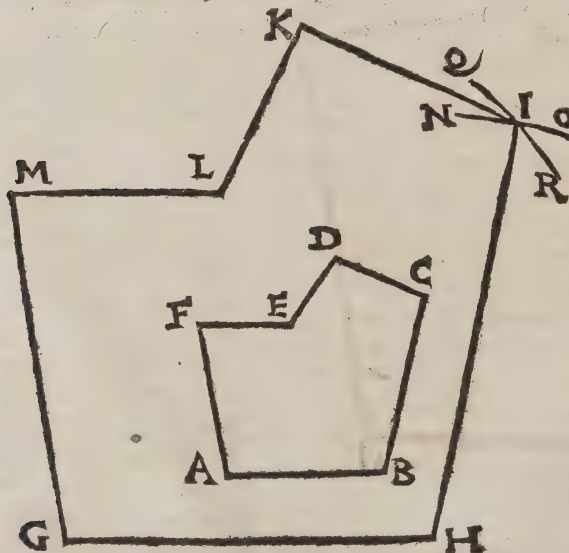


30. Sumas iam intervallum transversum 30.30. & habebis lineam G H, quæ est homologa lineæ B C. id est, eandem ad hanc, quam F G,

ad

ad A. B. proportionem obtinet. Eodem pacto cætera latera quærentur, lineis figuræ descriptæ sumptis in scala recta seu immobili describendæ, in transversa sive mobili. Animadvertendum præterea, quando figura quædam exigua in similem aliam longè maiorem, & cuius latera singula ad illius plusquam duplicia essent, commutanda proponitur, quodd scalæ istarum usus invertendus, hoc est, scala recta ad figuram describendam: transversa verò ad iam descriptam usurpanda sit. Iubeamur, verbi causâ, figuram A B C D E F, commutare in aliam longè maiorem, quippe describendam super lineâ G H. homologa lineæ A B. Ut ergo scalas primùm ad usum præparemus, capiatur circino lineâ G H. videaturque, quot puncta scalæ rectæ contineat: contineat autem hic, 40. Porro sumatur eius homologa A B. ac interjiciatur transversè punctis 40. 40. nec amplius moveatur instrumentum. Deinde ut reperiatur lineâ H I. homologa sive respondens lineæ B C. sumatur circino B C. investigeturque, quibus punctis in scalâ transversâ possit applicari: reperiaturque, quodd, exempli causâ, congruat punctis 46. 46. statim in scala recta capiatur spatium 46. pñctorum, habebiturque H I. homologa lineâ ipsi B C.

Cæterum tam pro hac, quàm antecedente operatione notandum



est, quodd non sufficiat reperisse homologam H I. sed oporteat etiam punctum illud invenire, ad quod illa ex H. e ducta constituat angulum H. æqualem angulo B. id quod hoc modo fit. Circini ad lineâ H I. modò repertæ amplitudinem dilatatus unus puncto H insistas: alterum occultam arcus portionem O I N. describat.

Deinde



Deinde sumatur intervallum punctorum A. & C. videaturque, quod  
 punctorum illud sit in scala transversa: sit autem, verbi gratiâ, 67. qua-  
 re circino capiantur 67. in scala recta, & uno eius crure in G. fixo, crus  
 alterum describat arcum R I Q qui priorem arcum O I N. secet in I.  
 ex quo intersectionis puncto ad H. ducta linea H I. homologa erit li-  
 nea B C. & angulum H. faciet æqualem angulo B. Eadem ratione pun-  
 cta cætera K L M. reperientur, angulis D E F. respondentia.

*Aurea Regula vulgo Detri dicta quæstiones per  
 easdem arithmeticas Instrumenti  
 lineas expedire.*

PROBLEMA III.

Inserviunt hæ lineæ non tantum ad resolvenda diversa problema-  
 ta linealia: verum etiam ad regulas quasdam arithmeticas, & in his illam,  
 quam vocant auream, qua tribus propositis numeris quartus proporti-  
 onalis invenitur. Exemplo res clarescet. Quæritur, si 80. dant 120.  
 quid dabunt 100. Habemus hîc tres numeros, hoc ordine positos, 80. 120.  
 100. & ut proportionale quartum repiamus, capiatur directè sive in scala recta  
 secundus numerus ex datis, hoc est 120. & applicetur transversè ad nu-  
 merum primum, hoc est, ad 80. 80. Deinde immoto sic instrumento, su-  
 matur transversè tertius numerus, qui est 100. hocque transversum  
 spatium in scala recta mensuretur: & reperiemus 150. qui est quartus nu-  
 merus proportionalis ad quarendum propositus. Idem proveniret, si  
 loco secundi numeri sumeretur tertius & loco tertij, secundus: hoc est,  
 numerus secundus 120. directè sumptus, & applicatus transversè ad nu-  
 merum primum 80 deinde tertius numerus 100. transversè captus, & in  
 scala recta mensuratus, eundem planè nobis exhibebit numerum, quem  
 exhibuit antea tertius directè sumptus, ac transversè applicatus ad pri-  
 mum: capièdo deinde secundum transversè, eumque in scala recta me-  
 tendo: siquidem utrobique reperiemus 150. id quod ediligentius est  
 animadvertendum, quod pro re nata modò hæc, modò illa operandi ra-  
 tio commodior est.

*Cautela 1.* Occurrunt in expediendis Instrumento quæstioni-  
 bus huius regulæ, nonnulli casus, qui difficultatem aliquam in-  
 cautis objicere queant: Itaque quomodo in jis procedendum sit, o-

attendemus. Et primò quidem fieri queat, ut ex tribus datis numeris neque secundum, neque tertium directè sumptum, ad primum numerum transversè liceat applicare. Ut si dicatur: 25. dant 60. quid dabunt 75? ubi tam 60. quàm 75 est plusquam duplus ad primum 25. ita ut neuter acceptus directè, possit applicari transversè ad 25. Quare ut nos expediamus, accipiendus est vel primus, vel secundus numerus directè, ac applicandus transversè ad duplum primi, hoc est, ad 50 (quod si duplum non sufficiat, accommodetur ad triplum, ad quadruplum, &c.) Deinde altero transversè sumpto, dicemus, quidquid hoc transversum spatium directè sumptum ostenderit, esse medietatem, (vel etiam tertiam, aut quartam partem, pro ut antea primus numerus vel triplicatus vel quadruplicatus est) eius numeri, qui quærendus proponebatur. Sic in exemplo proposito 50. sumantur directè. & applicentur transversè ad duplum 25. hoc est, ad 50. statimque transversè item capiantur 75. quod spatium directè sumptum, nobis dabit 90. cuius duplum 180. est quartus numerus ad quærendum propositus.

*Cautela 2.* Accidere prætereà posset, ut secundus vel tertius numerus propositus non posset applicari ad primū, quippe nimis magnū, sic ut excedat maximum numerum in Arithmetica linea signatum, hoc est, 50. Ut si diceretur: 280. dant mihi 130. quid dabunt 195? In hoc igitur casu secundus 130. directè captus accommodetur transversè ad medietatem primi 280, hoc est ad 140. Postea transversè capiatur medietas tertij numeri 195. hoc est  $97\frac{1}{2}$  hoc spatium directè applicatum, exhibebit nobis  $90\frac{1}{2}$  numerum quartum, ad quærendum propositum.

*Cautela 3.* Est & alia hîc observanda cautio, cū secundus aut tertius ex propositis numerus satis magn⁹, reliqui autē duo minores fuerint. Ut si diceretur: 60. dant 390. quid dabunt 45? Hic ergo 45. directè sumpta transversè sunt applicanda ad 60: & quia secundus 390. integer capi nequit, capiatur per partes quantæcunque placuerint: verbi causâ, sumatur primò 90. transversè, quæ in scala recta dant  $67\frac{1}{2}$  separatim noranda: deinde capiantur item transversè 100. quod spatium in scala recta dat 75. Et quia in 390. centenarij tres continentur, ideoque modò reperta 75 triplicentur: facto 225. addantur  $67\frac{1}{2}$  antea per nonagenarium reperta: summa 292 $\frac{1}{2}$  est quartus numerus proportionalis ad quærendum propositus.



*Cautela 4.* Tandem non omittā exponere, quomodo in minimis quoque numeris procedendū sit, quamvis in instrumento propter viciniam centri & clavi illius teretis, quo instrumenti crura coeunt, priora puncta quindecim circiter, notari non potuerint. In hoc itaque casu punctorum denarios usurpabimus unitatum vice. Exempli causā, si dicatur, 10. dant 7. quid dabunt 13? Hic quia 7. directè capta, nequeunt transverse ad 10. applicari: sumemus 7. denarios punctorum, hoc est, 70. directè, ac transverse applicabimus ad 10. denarios, hoc est, ad 100. subitōque 13. denarios, hoc est, 130. transverse sumendo, metiemur hoc intervallum directè, illudque deprehendemus esse punctorum 91. quæ sunt  $7\frac{1}{10}$  siquidem, ut dictum est, quilibet denarius unitate valet.

Has observationes omnes qui crebra exercitatione sibi familiares reddiderit, facillè se poterit ex omni difficultate cuiuscunque propositæ quæstionis exsolvere.

## *Regula proportionum conversa quæstiones in- strumento solve.*

### PROBLEMA V.

Non est dissimilis ratio expediendi regulæ proportionum eversæ quæstiones per instrumentum nostrum. En exemplum. Commeatus, qui militibus 100. per 60. dies sufficeret, quot milites alerèt diebus 75? Dispositi hi ad regulam numeri, sic stabunt: 60. 100. 75. Ex his ergo primum numerum 60. directè sumtum, applica transverse ad tertium numerum 75. & immoto sic instrumento, accipe transverse secundum 100. illumque directè metire, ac reperies 80. qui est numerus quæsitus. Ubi pariter animadvertendum est, eundem reperiri numerum, secundum directè sumptum, transverse applicando ad tertium ac deinde primum transverse captum, directè metiendo. Est præterea notandum, omnes cautelas, in superiore problemate positas, etiam in hoc diligenter observari debere.

## *Monetas transmutare.*

### PROBLEMA VI.

*Jisdem lineis arithmeticis monetarum omnem speciem in se invi-*

ce promptè facillèque commutare possumus. Quod consequemur, instrumentum primò sic accommodantes, ut directè sumatur monetæ transmutandæ pretium: idèmq; transversè applicetur ad pretium illius monetæ, in quam fieri debet cōmutatio. Res exemplo dilucidabitur. Aurei scutati sint ad ducatos Venetos redigendi. Et quia pretium sive valor aurei scutati est 8. librarum, ducati verò valor librarum 6. solidorum 4. atque adeo libræ ducatum non præcisè metiuntur, sed 4. asses supersunt, oportet utramque monetam resolvere, et ad eandem pretij denominationem, hoc est, ad solidos reducere. Valet autem scutatus solidis 160. ducatus solidis 124. Instrumentum igitur accommodaturus ad absolvendam cōmutationem scutorum aureorum in ducatos, sumatur directè valor scutati, hoc est, 160. & applicetur transversè ad valorem ducati, hoc est, inter 124. 124. Quo in situ relinquatur instrumentum. Sic enim quamcunque propositam scutorum summam in ducatos facillè convertes, dictam summam transversè sumendo, eandemque directè metiendo. Exempli causâ, scire desidero, 186. scutati, ducatos quot faciant? Cape 186. transversè, hócque intervallum directè sumptum, ducatos exhibebit 240. dictis scutatis æquivalentes.

*Anatocismi, sive Regula de fanoris  
fanore quæstiones ex-  
pedire.*

P R O B L E M A VII.

Expedite satis huius regulæ quæstiones earundem arithmeticarum linearum operâ solvemus: idque duobus diversis operandi modis, qui sequentibus duobus exemplis patefcent. Si quis 140. scutatos per quinquennium accipiat mutuo, lege anatocismi, qua prioris anni fors & lucrum fiunt fors sequentis: sique in 100 scutatos addat usuræ nomine scutatos 6. annis singulis: quæritur, quantum ad finem quinquennij sit debiturus? Ut ergo nos expediamus, sumatur primùm fors prima, hoc est, 140. scutati, in scala recta: atque hoc spatium transversè collocetur inter 100. 100. et immoto sic instrumento capiatur transversa item distantia punctorum 106. 106. (quæ est fors 100. scutorum cum annua usura 6.) eadèmq; ampliato non nihil instrumento interjiciatur etiam transversè inter 100. 100. Deinde relictò in hoc situ instrumento, et ali-  
quantò



quantò magis expanso circino, sumatur iterum transversa distantia punctorum 106. 106. eademque dilatato magis instrumento, rursus collocetur inter 100. 100. atque sic consequenter hæc operatio (transversum spatium 106. 106. applicandi ad 100. 100.) toties repetatur, quot annorum est anatocismus: ut in hoc exemplo quinquies: ubi peracta quinta operatione, spatium transversum, postremò sumptum, in scala recta nobis exhibebit  $187\frac{1}{3}$  scutatos, debitum integrum, constans sorte & fenore, fenorisque fenore, ad finem quinquennij ex pacto persolvendum. Ubi notetur, idem provenire, si loco numerorum 100. & 106. commodioris ac certioris operationis causâ sumas eorum duplum 200. & 212. Quod & in aliis exemplis facere, non rarò profuerit.

Modus alter non, ut prior, instrumenti crebriore apertura eget: sed unicâ perficitur: estque talis. Suprà propositam quæstionem soluturus, & instrumentum rectè accommodaturus, cape primùm circino 100. cum primi anni usura 6, hoc est, 106. in scala recta: quod ipsum spatium transversè colloca inter 100. 100. qui situs non mutetur usque ad operationis finem. Accipe postea sortem integram 140. transversè: quæ in scala recta dat 148.  $\frac{2}{5}$  sortem cum usura primi anni. Porro pro secundo año, capias transversè 148.  $\frac{2}{5}$  statimque hoc spatiū in scala recta metiaris, ac invenies  $157\frac{1}{3}$  secundi anni sortē ac usuram. Hunc ipsum numerū  $157\frac{1}{3}$  sumas transversè: repertumque intervallum in scala recta exhibebit  $166\frac{3}{4}$  sortem ac usuram anni tertij. Rursus hæc  $166\frac{3}{4}$  transversè sumpta, dabunt in scala recta  $187\frac{1}{3}$  pro anno quarto. Atque hoc pacto repetita sæpius operatione, plurium annorum anatocismi quantitatem cognoscere licet.

Notandum, si prima fors proposita tanta esset, ut excederet nostrarum arithmeticarum linearum numerum 250. quòd operandum sit per partes, accipiendo medietatem, tertiam, quartam, quintam, aut aliam propositæ summæ partem: & in operationis fine repertum numerum duplicando, triplicando, quadruplicando, vel alia ratione multiplicando, per eam numerum, quo fors initio divisa fuit. Sic enim in quæsitæ cognitionem veniemus.

# DE LINEIS INSTRUMENTI

## Geometricis, & earum usu.

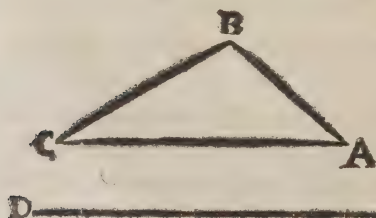
*Propositam figuram Planam in quacunque data proportione augere vel minuere.*

### PROBLEMA VIII.

Modò declaratis lineis Arithmetice Geometricæ succedunt; quas ita libuit appellare, quia secundum Geometricam proportionem divisæ sunt. Atque hæ multiplicem nobis utilitatem suppeditant. Primum enim earum ope Planum reperire datur, quod ad aliud propositum planum datam proportionem habeat.

Proponatur, exempli gratiâ, triangulum ABC. cui simile aliud fiat, in sesquialtera ad illud proportionem. Sumantur duo numeri datam inter se proportionem habentes, quales sunt 12. & 8. ac circino accepta linea A C. transversè collocetur inter Geometricæ lineæ puncta 8.8. atque sic immotâ instrumenti aperturâ, capiatur intervallum pun-

ctorum 12. 12. quod exhibet lineam D E. lineæ A C. homologam, super qua triangulum simile descriptum, erit absque dubio in sesquialtera ad datum triangulum proportionem.



Quod ipsum de omnibus alijs figurarum generibus intelligatur. Ac in circulis quidem adhibentur diametri vel semidiametri eo modo, quo latera rectilinearum figurarum.



*Dua figura plana, quam inter se proportionem habeant, investigare.*

PROBLEMA IX.

Sunto, gratiâ exempli, quadrata duo, vel quævis aliæ duæ figuræ similes, quarum latera homologa sint A. & B. Harum ad se mutuo proportionem cogniturus, accipe circino lineam B. eamque quibus placuerit punctis Geometricarum linearum accommoda transversè, verbi causâ, inter 20. 20. Deinde, sic immoto instrumento, sume item circino lineam A. & experire, in quæ puncta hæc incidat transversè: cadat autem inter 10. 10. Ergo pronuncia, figuras datas eam inter se proportionem habere, quæ est 20. ad 10. hoc est, duplam.

A

B

Quod si magnitudo lineæ A. secundò acceptæ non præcisè caderet ad aliquod punctorum, operatione renovata lineam B. applicare oportet ad aliâ puncta, quàm ad 20. 20. ac tantisper experiri, donec & altera lineæ A. exactè puncto cuidam certopossit accommodari. Quo peracto, propositarum duarum figurarum inter se proportionem sciemus: quippe quæ semper eadem est cum illa, quam obtinent numeri punctorum, quibus dictæ lineæ in eadem apertura instrumenti accommodantur.

Quando figuræ alterutrius capacitas datur, capacitas alterius quoque cognoscetur eodem modo. Ut si figura lineæ B. aream habeat 30. decempedarum, & queratur, quanta sit area A. lineam B. transversè accommoda punctis 30. 30. ac vide postea, quibus transversè punctis congruat lineæ A. ac totidem decempedarum esse pronuncia figuram super A. descriptam.

*Figuram planam constituere, multis alijs similibus propositis figuris & similem & æqualem.*

## PROBLEMA X.

Proponantur, exempli causâ, tres figuræ similes, quarum homologa latera sint ABC. ac describere jubeamur unam aliquam, quæ datis tribus sit cùm æqualis, tum similis. Accipias itaque circino lineam C. & eam aperto instrumento transversè applices ad quæ placuerit puncta Geometricarum linearum, v. g. ad 12. 12. Deinde, non mutato hoc instrumenti situ, sumas lineam B. videasque, cui dictarum linearum numero possit accommodari, qui sit, exempli gratiâ, 9. Et quia prius linea C. accommodabatur ad 12. adde hos duos numeros 9. & 12. ac aggregatum 21. memoriâ tene. Accipe post lineam tertiam A. eademque ratione periclitare, quibus transversè punctis congruat, quæ hoc loco sint 6. quæ si memoriâ servatis 21. addantur, constituent 27. Quapropter accipe transversam distantiam punctorum 27. 27. habebisque lineam D. super qua descripta figura datis tribus similis earundem areas complexu suo præcisè continebit.

A      6.

---

B      9.

---

C      12.

---

D      27.

---

Eademque ratione quotvis alias propositas figuras, modò inter se similes, in unam aliquam æquè capacem reducere licet.

*Propositis duabus figuris similibus & inæqualibus, reperire tertiam similem, & æqualem differentie duarum propositarum.*

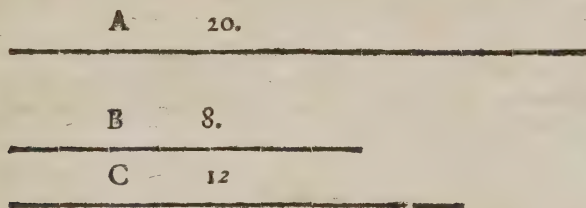
## PROBLEMA XI.

Propositio hæc est conversa prioris. Operandi ratio sic est. Proponantur



15

ponantur, exempli gratiâ, duo inæquales circuli, maioris semidiameter sit A. minoris B. Reperturus semidiametrum circuli, qui sit æqualis differentiæ datorum circulorum A. & B. accipe circino maiorem lineam A. eamque aperto instrumento statue, inter quæ libuerit puncta Geometricarum linearum, verbi causâ, inter 20. 20. immotoque sic instrumento, experire, quibus punctis transversè congruat linea B. Ponamus eam adaptari punctis 8. 8. quæ subtrahantur ex antea sumptis 20. restant 12, sumpto itaque intervallo punctorum 12. 12. habebis lineam C. quo radio sive semidiametro descriptus circulus æquatur differentiæ datorum circulorum A. & B.



*Earundem linearum operâ radicem quadratam extrahere.*

## P R O B L E M A   X I I .

Quadratæ radice extrahendæ tres distincti modi hoc loco tradendi veniunt; quorum primus numeros mediocres, alter grandiores, tertius exiguos attingit. Mediocres illos dico, qui à 5000 non longè recedunt: maiores, qui sunt circiter 50000. Minimòs, qui infra, vel non multum supra 100. consistunt.

1. Ac initio quidem in quærendis mediocrum numerorum radicibus, instrumentum accommodatur in hunc modum. In scala recta lineæ Arithmeticæ sumptum circino spatium 40. punctorum statuatur transversè inter 16. 16. lineæ Geometricæ. Qui situs instrumenti ad finem operationis maneat idem. Deinde ex proposito numero auferantur ultimæ duæ ad dexteram notæ, hoc est, unitates ac denarij; numerus, qui remanet, in lineis Geometricis accipiat transversè: quod intervallum ad scalam rectam linearum arithmeticarum translatum, exhibe-

hic radicem propositi quadrati numeri. Iubemur, exempli causâ, radicem investigare huius numeri 4630. cuius ultimis duabus figuris, hoc est, 30 ablatis, restant 46. Hæc 46. transversè capiantur in Geometricis lineis (Instrumento tamen prius, ut suprà dictum, accommodato) quod intervallum in scala recta linearum arithmeticarum continet puncta 68. quæ est proxima radix, ad quærendum proposita.

Verùm in hac regula duo notanda veniunt.

Primò Si duæ ultimæ figuræ, quas abijciendas diximus, excederent 50 numero residuo est addenda unitas. Ut si esset analysi quadrati 4192. instituenda, quoniam numerus abijciendus 92. maior est, quam 50. loco residui 41. sumenda sunt 42. & ex his porrò radix, ut modò taditum, extrahenda.

Altera observatio hæc est: quando numerus post ablationem posteriorum duarum figurarum residuus, excederet 50. in tali casu, quia divisio Geometricarum linearum ultra 50. sese non extendit, de residuo isto numero sumenda est medietas, aut alia quædam pars, eaque distantia capta, Geometricè duplicanda, vel secundùm numerum dictæ partis multiplicanda est: atque hoc ultimum intervallum ita multiplicatum si directè metiamur super lineis arithmeticeis, quæsitam radicem exhibebit. Si, gratiâ exempli, radicem quadrati 8412. quærere jubeamur, accommodato, ut suprà præceptum est, instrumento, ultimæ duæ numeri dati notæ abijciantur: residuus 84. non extat in Geometricis lineis: proinde medietatem eius accipe, hoc est, 42. Quod si iam in Geometricis lineis transversum intervallum punctorum 42. 42. sumpseris, illud Geometricè multiplicandum est: quod fit, Instrumenti crura paulò magis divaricando, usque dum hoc ipsum intervallum cadat in aliquem numerum, cuius duplum in iisdem Geometricis lineis extet. Cadat, verbi gratiâ, inter 20. 20. accipiatur pòst intervallum punctorum 40. 40. quod, si directè metiaris in arithmeticeis lineis, monstrabit 91. & duas tertias circitè, proximam dati numeri 8412. radicem. Et si fuisset opus, propositi numeri tertiam partem accipere, in geometrica triplicatione oporteret eam applicare transversè ad aliquem in Geometricis lineis numerum, cuius inibi triplum extaret, ut ad 10 & sumenda postea 30, vel ad 12. & sumenda 36.

2. Porrò in maioribus numeris procedendi ratio non est admodum diversa à superiore, præterquam, quod hic ultimæ tres dati numeri notæ auferuntur: & instrumentum ab operationis initio aliter accommodatur

modatur. Fit autem hæc accommodatio sic. In arithmeti-  
cis lineis accipiantur 100. directè: eademque in Geometricis lineis transversè sta-  
tuantur inter 10. 10. Hic instrumenti situs ad finem operationis non  
mutetur. Quæsiturus jam radicem quadratam ex 32140. removeto tres  
figuras posteriores: residuum 32. in Geometricis lineis accipito trans-  
versè: quod intervallum si metiaris directè in lineis arithmeti-  
cis, exhibebit 179 proximam radicem propositi quadrati 32140 Ubi simul ani-  
advertendum, observationes duas in operatione præcedenti allatas,  
etiam in hac locum habere: hoc est, quando tres abjectæ figuræ postero-  
res excedunt 500. ad residuum unitas est adjicienda. Et si residuum  
excedit 50. accipienda est eius pars aliqua, ut dimidia, vel tertia, &c: ac  
id, quod per hanc partem invenitur, postea duplicandum, vel triplican-  
dum ratione superius ostensa.

3. Tandem pro numeris minoribus accommodatur Instrumen-  
tum juxta modum primum, hoc est, 40. puncta scalæ rectæ, transversè  
statuendo inter 16. 16. in lineis Geometricis. Deinde numerus integer,  
prout est propositus, nullâ remotâ figurâ, transversè accipitur in Geo-  
metricis lineis: & hoc intervallum si directè metiaris in arithmeti-  
cis lineis, invenies dati numeri radicem quadratam in integro numero & fra-  
ctione. Veruntamen adverte, quòd arithmeticarum linearum denarii  
sint instar unitatum. Exempli causâ, quæsiturus radicem è furdo  
30. accommodet instrumentum, ut dictum est, videlicet, 40. puncta sca-  
læ rectæ statuendo inter 16. 16. Geometricarum linearum; deinde ex iis-  
dem Geometricis lineis, accipiendo transversum intervallum puncto-  
rum 30. 30. idemque directè in arithmeti-  
cis lineis metiendo. Sic enim  
reperies abscindi puncta 55. quæ sunt 5. integra, & 5. decimæ, hoc est,  
5  $\frac{1}{2}$  quanta scilicet est propinqua radix è furdo numero 30. Sunt autem  
& in hac regula cautelæ illæ tenendæ, quas in superioribus duabus ad-  
vertendas diximus.

### *Laterum inæqualium aciem in- struere.*

#### PROBLEMA XIII.

Acies quadrati speciem gerens constituitur extracta radice qua-  
drata



drata ex proposito militum numero, ut est è superiori problemate manifestum. Quod si verò aciem oblongam sive inæqualium laterum in data proportionē sibi respondentium instruere placeret, adhibendus est is operandi modus, qui pateſcet exemplo ſequenti.

Sunto milites 435. ex quibus formare jubemur aciem, quæ magis in latum ſeſe, quàm in longum porrigat, ita ut, quoties in fronte ſunt milites 5. in latere ſint 3. Quare, ut operâ instrumenti nos expediamus, initio datæ rationis terminos 5. & 3. quippe propter parvitatem instrumento non applicabiles, additâ cyphrâ augebimus, ut ſint 50. & 30. Deinde pro inveniendâ latitudine ſeu fronte, in arithmetica linea directè circino capiantur 50. eaque in Geometricis lineis accommodentur tranſverſè ad eum numerum, qui producitur ex multiplicatione terminorum datæ rationis, hoc eſt, in exemplo propoſito, ad 15. (nam ter 5. ſunt 15.) Quo in ſitu relinquatur instrumentum, in iſdemque Geometricis lineis accipiat tranſverſâ diſtantia punctorum 43. 43. (hic enim numerus reſtat, ſi ex propoſito numero militum 435. duas poſteriores notas, hoc eſt, unitates ac denarios auferamus) hanc diſtantiam in arithmetiſ lineis directè ſi metiamur, exhibebit ea nobis aciei frontem, conſtantem militibus 85. Eadem ratione latus inveniètur, accipièdo directè 30. in arithmetiſ lineis eaque tranſverſè ſtatuendo in lineis Geometricis inter 15. 15. ex iſdemque ſtatim tranſverſè ſumendo intervallum punctorum 43. 43. quod directè ſi metiaris in arithmetiſ lineis, exhibebit 51. qui numerus eſt militum latus conſtituentium. Atque hic modus in quavis alia militum propoſita multitudine, ac data longitudinis ad latitudinem proportionē tenendus eſt. Animadvertendum autem id, quod & ſuprà de quadratæ radicis extractione monuimus, quando denarii ac unitates, quas à propoſito numero abſcindendas diximus, excederent 50. quòd ad reſiduum unitas addenda ſit.

Eſt & hoc obſervandum, ſi frons aciei juxta modò traditam regulam inventa fuerit, latus aliâ quadam expeditiore viâ reperiri poſſe, per ſolas arithmeticas lineas, ita procedendo. In exemplo modò adducto aciei frontem repèrimus 85. Et quoniam frontis ad latus ea debet eſſe proportio, quæ eſt 5. ad 3. vel 50. ad 30. vel etiam 100. ad 60. (eſt enim perinde) ideoque iſta 85. directè in lineis arithmetiſ accepta, in iſdem tranſverſè ſtatuo inter 100. 100. ſtatimque ibidem capio tranſverſum ſpatium punctorum 60. 60. quod directè ſi metiamur, invenièmus eundem, quem & ſuperiore modo repèrimus, numerum 51.

Hæc operandi ratio, quæ per exemplum aciei formandæ declarata fuit, ad illud Algebrae caput est referenda, in quo Censuræ æquatur Numero. Unde omnes quæstiones istius generis Algebraicæ per instrumentum quoque nostrum exposito modo possunt expediri.

## *Mediam proportionalem invenire.*

### PROBLEMA XIV.

Earundem linearum ope, inter datas duas aut lineas, aut numeros facili negotio lineam aut numerum medium proportionalem inveniemus. Operandi rationem exemplo disces. Sint duo numeri, vel duæ lineæ proposita A. 36. & C 16. Captam circino longitudinem lineæ A. transverse statuas inter 36. 36. geometricarum, immotòque sic instrumento excipias intervallum 16. 16. earundem linearum geomet. quod erit linea B. inter datas duas media proportionalis: quam si metiaris in eadem scala, in qua datas duas es mensus, invenies continere 24. qui numerus est præcisè medius proportionalis inter datos duos 36. & 16.

A 36.

---

B. 24.

---

C. 16.

---

Observetur, ad propositarum linearum quantitatem explorandam uti nos posse non solum scalâ in instrumento descriptâ. sed quavis etiam aliâ, si quando illa minor esset, quàm quæ sufficiat instituto nostro.

Notetur insuper & hoc, quando lineæ, & illas metiti numeri, inter quos medius proportionalis inveniendus est, excederent 50. maximum numerum in geometricis nostris lineis expressum, nihilominus id, quod volumus, nos consecuturos, operando per partes numerorum propositorum, vel per alios minores numeros, eandem tamen cum illis inter se proportionem habentes. Sit quærendus medius proportionalis inter 44. & 81. quorum uterque superat 50. Quare utriusque partem aliquam, verbi gratiâ, tertiam sumo, quæ est 48. & 27. eiusdem inter se proportionis

C 2

cum

cum datis 144. & 81. Porro in arithmeti-  
cis lineis directè sumpta 144.  
statuo transversè in Geometricis lineis inter 48. 48. quippe tertiam su-  
am partem: deinde immoto instrumento, in iisdem Geometricis, ac-  
cipio spatium transversum 27. 27. atque hoc ipsum directè metior in a-  
rithmeti-  
cis, ubi abscondet mihi 108. medium proportionalem, qui quaerendus proponatur.

## DE LINEIS STEREO- metricis.

*Datum Corpus in petita proportionione augere  
vel minuire, eadè similitudine manente.*

### P R O B L E M A   X V .

Hæ lineæ, quas eò *Stereometricas* appellare visum est, cum earum  
divisio secundum proportionem solidorum facta sit, usum nobis in-  
signem præbent. Et initio quidem, dato latere cuiuscunque Solidi, re-  
perire licet alterius Solidi latus, ad prius istud proportionem datam  
habentis.

Sit exempli causâ linea A. diameter sphaeræ, vel latus cubi, alteriusve  
Solidi: jubeamurque invenire diametrum vel latus alterius Solidi, quod  
ad illud habeat proportionem, quæ est 5. ad 9. Accepta circino linea A.  
transversè in Stereometricis lineis statuatur inter 9. 9. immotoque sic in-  
strumento excipiat ex iisdem distantia punctorum 5. 5. quæ est linea B.  
diameter aut latus homologum alterius petiti Solidi in data proportionem  
minuti.

B. 5.

---

A. 9.

---

*Propositis duobus corporibus similibus, quam  
inter se proportionem habeant,  
investigare.*

### P R O B L E M A   X V I .



Hoc problema non multum à superiore differt, nec est solutu difficile. Proponantur quorumcunque duorum similium corporum homologa latera A. & B. quaraturque, quam inter se proportionem ista corpora obtineant. Extendatur circinus ad quantitatem alterutrius datæ lineæ, ut A. & applicetur transversè ad quæ placuerit puncta linearum Stereometricarum, ut inter 50. 50. & immoto instrumenti situ experiaris, inter quæ puncta cadat altera quoque linea B. Cadat hîc inter 21. 21. Quare pronunciamus, quòd solidum A. ad B habeat proportionem eam, quæ est 50. ad 21.

A

B

*Solidis similibus quotlibet propositis unum aliquod æquale ac simile construere.*

### PROBLEMA XVII.

Proponantur tres lineæ, A. B. C. homologa latera trium Solidorum similium: quibus unum aliquod æquale constructurus, accipe circino lineam A. & eam ad quod volueris punctum Stereometricarum linearum accommoda transversè, exempli causâ inter 30. 30. immoto instrumento periclitare, quibus punctis congruat linea B. congruat autem, verbi gratiâ, 12. quæ coniungantur cum priùs inventis 30. aggregatû 42. memoriâ teneatur. Porro linea C. ibidem circino sumpta in iisdem Stereometricis lineis cadat inter 6. 6. qui numerus cum dictis 42. conjunctus, constituit 48. Quare si sumatur intervallum 48. 48. habebitur linea D. super qua constructum solidum simile, proposita tria solida A. B. C. in se complectetur.

C. 6.

B. 12.

A. 30.

D. 48.

C 8

Differentia

Differentia duorum similium corporum eodem reperitur modo, quo supra problem. 11. differentia similium planorum. Sint A. & B. sphaerarum axes, aut aliorum similium corporum homologa latera: ex his linea A. circino excepta statuatur in linearum stereom: quibus libuerit punctis transversè, ut inter 100. 100. Deinde linea B. circino item sumpta, instrumento non mutato, exploretur, quò possit accommodari: possit autem inter 60. 60. iam subtrahantur 60. ex 100. residuum est 40. Quare spatium transversum inter 40. 40. erit linea C. cuius Solidum est differentia duorum propositorum Solidorum similium A. & B.

A.	100.
<hr/>	
B.	60.
<hr/>	
C.	40.
<hr/>	

### *Radice cubicam extrahere.*

#### PROBLEMA XVIII.

Diversos duos modos cubicæ radice investigandæ hîc exponemus: quorum primus pertinet ad numeros mediocres, alter maximos. Et mediocres quidem illos dico, qui subtractis tribus posterioribus notis, putà centenarijs, denarijs & unitatibus, non excedunt 148. In horum igitur analysi sic est accommodandum instrumentum. E lineis arithmetice directè accepta 40. in stereometricis transversè statuatur inter 64. 64. Hic instrumenti situs ad finem secuturæ operationis ne mutator. Porro ex proposito numero ultimæ notæ tres auferantur: ac residuum è stereometricis lineis accipiat transversè: quod intervallum si metiamur directè in arithmetice lineis, propositi numeri cubicam radicem habebimus. Esto, gratiâ exempli, cubus 80216. ex quo, accommodato priùs, ut modò præceptum, instrumento, tres posteriores notæ sublata, relinquunt 80. quæ si è stereometricis lineis excipias transversè, & in arithmetice directè metiaris, invenies 43. proximam dati numeri radicem cubicam.

Observe, si detractis illis posterioribus tribus notis, residuum excederet

excederet 148. qui maximus nostrarum stereometricarum numerus est, quod tum per partes operandum sit. Ut, proponatur numerus 185340. ex quo abiectæ tres ultimæ figuræ 840. relinquunt 186. (dico 186. et si verè sint 185. quia è tribus abiectis centenarius 8. est plusquam 5. hoc est, plusquam dimidius millenarius, quare pro integro millenario sumitur, pro eoque ad residuum 185. unitas adjicitur, ut sint 186.) quod residuum quia superat 148. accipiemus eius medietatem, hoc est, 93. transversè è stereometricis lineis tradito suprà modo dispositis: atque hoc spatium stereometricè duplicandum est, hoc est, applicandum transversè ad earundem stereometricarum numerum aliquem, cuius duplus alius ibidem extet: atque hoc duplum spatium si in arithmetica scala metiaris, dabit radicem quæsitam. Ut in exemplo nostro spatium transversum inter puncta 93. 93. modò acceptum, in stereometricis lineis transversè statuas inter 40. 40. in jisdemque situm immotum tenentibus, accipias spatium inter 80. 80. quod in arithmeticis lineis directè si metiaris, abscindet 57. quæ proxima numeri propositi radix est.

Alter modus operandi, maximis numeris inserviens, hanc instrumenti dispositionem postulat, ut 100. in arithmeticis lineis directè sumpta, transversè statuatur inter 100. 100. stereomet: atque hic situs ad finem operationis maneat idem. Deinde ex proposito numero sunt abjiciendæ quatuor ultimæ notæ: & numerus, qui restat, in stereometricis accipiendus transversè, hocque spatium in arithmeticis directè metiendum. Proponatur, exempli causâ, numerus 1404988. ex quo radicem cubicam extracturus, initio statuas instrumentum eo, quem dixi, modo: deinde posteriores quatuor figuras abjicias, & restabunt 140. quem numerum è stereometricis excipias transversè, & hoc spatium in arithmeticis directè abscindet 112. propositi numeri radicem proximam. Memineris autem, si numeri post abjectionem posteriorum 4. notarum remanentes excederent 148. maximum in stereometricis lineis numerum, quod per partes operari oporteat: id quod & in superiore regula monuimus.

## *Duas medias proportionales invenire.*

### PROBLEMA XIX.

Si duo numeri, vel duæ lineæ numeris expressæ proponantur, inter  
C 4      quas



quas alia duæ mediæ proportionales inveniendæ forent, id assequemur facilimo negotio per stereometricas lineas nostras, ea ratione, quæ patet è sequenti exemplo.

Sunt duæ lineæ, A. & D. quarum illa sit 108. hæc 32. partium. Inter quas, medias duas proportionales inventurus, accipe circino lineam A. maiorem, eamque transversè in stereometricis colloca inter 108. 108. & immoto Instruimento excipe intervallū inter 32. 32. quæ erit lōgitudo secunde lineæ B. quam si metiamur eadem scalâ, qua mensi sumus duas propositas, continere deprehendemus 72. Porro tertiam lineam C. sic inveniemus. In iisdem stereometricis statue modò repertam lineam B. inter 108. 108. iterumque immoto instrumento sume distantiam punctorum 32. 32. Atque hæc est magnitudo tertiæ lineæ C. quam in eadem scala si metiemur, inveniemus esse 48. partium.

A	108.
<hr/>	
B	72.
<hr/>	
C	48.
<hr/>	
D	32.
<hr/>	

Neque tamen est necesse, principiò maiorem lineam A. capere: sed & à minore D. licet operationis initium facere, Nam utrolibet modo scopum eundem attinges.

*Datum parallelepipedum in cubum æqualem redigere.*

### PROBLEMA XX.

Propositi parallelepipedi dimensiones inæquales hæc sunt: 72. 32. & 84. Quæritur latus cubi huic æqui. Sume medium proportionalem numerum inter 72. & 32. juxta modum suprà problemate 14. expositum hoc est, accipe 72. directè in arithmetica scala, & ea statue per transversum inter 72. 72. geometricarum linearum: vel potiùs, quia non èd usque

usque se numeri Geometricarum extendunt, inter 36. 36. (quæ est medietas de 72.) & immoto sic instrumento, ex iisdem Geometricis itidem transversè sumatur alter numerus 32. imò, ut rectius dicam, eius medietas, hoc est, 16. (siquidem & primus 72. ad medietatem suam 36. accommodabatur) Repertum hocce spatium in arithmetica scala recta metire, inveniesque continere 48. qui est numerus medius proportionalis inter datos 72. & 32. Hoc ipsum spatium in stereometricis per transversum statuas inter 48. 48. et immoto instrumento ex iisdem stereometricis excipias transversum quoque spatium inter 84. 84. quæ tertia propositi Solidi dimensio est. Hæc postremò reperta linea, (quam in arithmetica scala deprehendes esse partium  $57\frac{1}{2}$  circiter) est latus cubi proposito parallelepipedo æqualis.

## DE LINEIS METALLI- CIS.

*Dato corpore metallico, ex alio quovis metallo  
corpus æquilibre ac simile construere.*

### PROBLEMA XXI.

Habent harum linearum divisionis puncta characteres hos adscriptos: Au. Pl. Ar. Cu. Fe. St. Ma. Sa. qui significant, Aurum, Plumbum, Argentum, Cuprum, Ferrum, Stannum, Marmor, Saxum. In his habentur proportionales ac differentie ponderis inter materias ibidem notatas. Unde ad quamlibet aperturam divaricatis Instrumenti cruribus, transversa correspondentium characterum intervalla nobis exhibent diametros globorum, aut latera corporum aliorum inter se similium & æquipondiorum: hoc est, ut explicatius dicam, tantundem est pondus aurei globi, cujus diameter æquatur distantie characterum Au. Au. quantum plumbei, cujus diameter est intervallum punctorum Pl. Pl. vel marmorei, cujus diameter punctorum Ma. Ma. sic ut in momento quasi cognoscere possimus id, quod alias difficile satis est, quantæ magnitudinis debeat esse corpus, aliquà è suprà dictis materiâ constans, ut sit æquilibre

æquilibre alij alicui corpori simili, conflato ex alia aliqua materiarum dictarum. Hæc operatio, metallorum transmutatio dici potest. Ut si linea A diameter foret globi stannei, diametrum aurei globi, æqualis cum isto ponderis investigaturus, accipe circino lineam A. eamque per transversum applica punctis St. St. & immoto instrumento excipe spatiū punctorum Au. Au. quod est linea B. diameter aurei globi, qui dato stanneo æquilibris est.

B

A

Quod ipsum de aliis omnibus corporum generibus, & aliis materiis in instrumento notatis intelligitor.

Cæterum si harum Metallicarum, & præcedentium Stereometricarum usum jungamus, multò majorē inde commoditatē percipiemus, ut jam jam declarabitur. Ac initio quidem poterimus

*Invenire proportionem, quam inter se quoad pondus obtinent omnia metalla, cæteraque materia in lineis Metallicis expresse.*

#### PROBLEMA XXII.

Sit, exempli causâ, propositum, explorare proportionem, quam inter se ratione ponderis Argentum & Aurum obtinent. Circino sume distantiam inter Instrumenti centrum, & punctum Ar. & hanc ad quod volueris linearum Stereometricarum punctum applica transversè, verbi gratiâ, ad 100. 100. Deinde, situ Instrumenti nihil mutato, cape distantiam inter eiusdē centrum, & punctum Au. & explora, cui numero hæc possit accommodari in Stereometricis: congruat, exempli causâ, punctis 60. 60. Quare pronunciamus, aurum & argentum eam ponderis inter se proportionem habere, quæ est 100. ad 60.

Est autem hoc loco diligenter advertendum, quòd in operando, diametri sumptæ a lineis stereometricis applicatæ, ponderis metallici proportionē ordine converso monstrant; hoc est, (ut in adducto exemplo



plō patuit) Argenti diameter, auri pondus arguit: itemque diameter auri denotat argenti pondus. Vnde cognoscimus, aurum esse ponderosius argento, pro ratione 40. ad 100. Nam 40. est differentia modò reparatorum duorum auri & argenti ponderum.

Quibus cognitis, egregium problema quoddam resolvere possumus. Nam si proponatur aliquod Solidum, quacunque materiâ in Metallicis lineis notatâ constans: & jubeamur aliud construere Solidum, dato priori simile, & æquale: verbi causâ, si statua marmorea detur, petaturque, ut fabrefiat argentea statua, priori æqualis: quæritur, quot argenti libræ requirantur ad hoc perficiendum. Hoc sciturus, explora pondus datæ statuæ marmoreæ: quod, exempligratiâ, sit 25. librarum. Deinde circino sume distantiam inter Instrumenti centrum & punctum Ar. quæ est materia futuræ statuæ: atque hanc distantiam, aperto Instrumento statuæ in lineis stereometricis ad puncta signata numero ponderis datæ statuæ, hoc est, inter 25. 25. Tum hac Instrumenti dispositione nihil variatâ, rursus excipe distantiam inter Instrumenti centrum & punctum Ma. & explora, quibus stereometricarum punctis hæc aptari transversè queat, repertoque, quòd aptetur punctis 96. 96. pronuntiabis, argenti libras 96. requiri ad statuam conficiendam, datæ marmoreæ, ratione magnitudinis æqualem.

*Datis duobus homologis lateribus duorum similium Solidorum diversâ materiâ constantium, invenire proportionem: quam Solida illa ratione ponderis inter se obtinent.*

### PROBLEMA XXIII.

Est linea A. cuprei, & B. ferrei globi diameter. Explorare placet, quam ponderis inter se proportionem habeant. Accipe circino lineam A. eamque aperto Instrumento transversè in Metallicis lineis statuæ inter puncta Cu. Cu. & hac aperturâ nihil mutatâ, statim excipe distantiam punctorum Fe. Fe. quæ est linea C. quæ si æqualis erit lineæ B. dicemus, duo data Solida A. & B. æquipondia esse. Sin minùs, quoniam C. est diameter globi ferrei æquilibris globo A. manifestum est, eandem esse dif-

A

B

C

ferentiam inter duos globos A. & B. quæ est inter C. & B. & quia C. & B. sunt ejusdæ materiæ, eorum differentia facillè per Stereometricas lineas invenietur, eo modo, qui suprà problem. 16. traditus est: nimirum accipiemus circino lineam C. eamque ad quem placet numerum, verbi causâ inter 30. 30. statuemus, transversè. Hoc factò, periclitabimur, quò cadat linea B. & reperto, quòd aptari possit inter 10. 10. dicemus, globũ cupreum A. triplum esse ad ferreum B.

Conversa præcedentis operationis eadem facilitate, usque linearum earundem conjuncto, potest institui. Hoc est, dato pondere simul ac diametro globi (vel etiam alterius Solidi latere) ex ea materia, quæ in Metallicis lineis exprimitur, conflati: reperire licet magnitudinem alterius solidi similis, quod constet quacunque materialium dictarum, & quocunque petito pondere. Ut si linea C. diameter esset sphæræ marmoreæ, 7. libras pendētis, ac invenire juberemur diametrum plumbeæ sphæræ, 20. libras pendēntis, operatio duplex esset instituenda. Nam primò transmutare oportet marmor in plumbum: deinde pondus est augendum ex 7. usque in 20. Operatio prima perficitur mediantibus lineis Metallicis, accomodando diametrum C. transversè ad puncta Ma. Ma. ex immoto deinde Instrumento itidem transversè sumendo distantiam punctorum Pl. Pl. quæ erit diameter globi plumbei dato marmoreo æquilibris, hoc est, 7. quoque libras pendēntis. Verũ quia 20. libræ postulāntur, ad Stereometricas est recurrendum, dictæque distantia transversè punctis 7. 7. ibidem accomodatâ, statim intervallum transversum punctorum 20. 20. excipiendum, quod æquatur lineæ D. quæ sine dubio diameter est globi plumbei, vel latus alterius figuræ solidæ, 20. librarum.

C. Mar. 7. lib.

D. plu. 20. lib.

*Isdem*

*Isdem hisce lineis uti loco Sphærometrica regula  
bombardariorum, universaliter cuiusque  
materia globis, & omnibus ponderum generibus  
accommodata.*

## PROBLEMA XXIV.

Positum est extra dubium, esse diversa materiarum diversarum pondera, & ferrum lapide, plumbum ferro plus pendere. Unde consequi necesse est, quia modò lapideas, modò ferreas, vel etià plumbeas pilas eadē bombarda ejaculatur, quòd, si plumbea ista pila pendit certas libras, ferrea pauciores, & multò pauciores lapidea pendat: quodque per consequens diversa pyrii pulveris quantitas pro diverso globorum pondere sit injicienda. Ita ut sphærometricæ illæ regulæ (calibri vulgò dicuntur) quæ ferrearum pilarum diametros cum pondere notatas habeant, nihil inserviant ad lapidearum vel plumbearum pondus explorandum: sed necesse sit, mensuras dictarum diametrorum augere vel minuere pro materiæ diversitate.

Præterea manifestum est, quòd apud diversas gentes diversa numerandorum ponderum sit ratio: imò quòd non in quavis modò provincia, sed omni propè civitate, diversa librarum quantitas in usu sit. Unde sphærometrica ista regula, quæ huius loci est accommodata ponderi, alterius loci pondera non metietur: verùm prout in hoc vel illo loco majores minoresve libræ sunt usitatæ, etiam divisiones regulæ sphærometricæ maiora minorave ut obtineant intervalla, oportet. Ex hisce concluditur, sphærometricam regulam, omnis generis materijs, & omnibus ponderum differentij accommodatam, oportere esse mobilem, hoc est, talem, quæ augeri minuique possit. Hujusmodi regulæ vice funguntur exactè nostræ stereometricæ lineæ. Nam pro earundem aperturâ diversa, crescunt aut minuuntur intervalla, ipsarum divisionibus interjecta: nihil prorsus immutata earum proportionem.

Quibus generatim expositis, nunc huius regulæ sphærometricæ specialem ad omnes ponderum differentias, ac materias diversas applicationem aggrediemur. Et quoniam in ignoti cognitionem absque alia aliqua re præcognita venire nemo potest: requiritur, ut nota sit nobis una sola diameter globi cuiusdem ex quacunque materia, & quocunque



pondere respondente libris illis, quæ ibi loci sunt usitata, in quo Instrumentū usurpare animus est. Atq; huj<sup>o</sup> unius diametri ope, mediante regula nostra sphaerometrica, veniemus in cognitionē aliorum globorum, cujus tandem cunque vel ponderis, vel materiæ, modò hæc in lineis nostris Metallicis notata fuerit.

Operandi rationem exemplo manifestam reddemus. Supponamus, esse nos, verbi gratiâ, Venetiis, ubi Tormenta bellica, quanti ponderis globos ejaculentur, per instrumentum nostrum exploraturi, primò parabimus globum aliquem noti ponderis, confectum ex aliqua materia in instrumento signata. Ponam<sup>o</sup>, exempli causâ, notâ esse diametrum globi plumbei pendentis decem libras venetas. Hanc diametrum in alterutro instrumenti crure describemus, ut eam, cū usus est, in promptu habeamus. Si quando itaq; sphaerometricam regulam placet accommodare ea ratione, ut orificii bombardæ diametro sumptâ, & in regulam istam translata, cognoscamus, quanti ponderis globus plumbens ad illam requiratur: est necesse, ut accipiat circino diameter illa notæ globi plumbei 10. librarum, in instrumenti crure descripta: hæc q; in lineis Stereometricis inter puncta 10. 10. transversè statuatur: quæ sic dispositæ, sphaerometricam nobis regulam exactissimam præbent, in quam cuiusq; bombardæ orificii diameter translata, transversis, quibus ea poterit applicari, punctis ostendit, quanti ponderis globum plumbeum dicta bombardæ recipiat.

Quod si porro sic disponere lubet instrumentum, ut pro globis ferreis regulæ sphaerometricæ vicem præbeat: eam ipsam globi plumbei 10. librarum diametrum in instrumento expressam accipe, ac in Metallicis lineis transversè inter puncta Pl. Pl. statue, & hunc instrumenti situm nihil mutans, ex iisdem excipe distantiam punctorum Fe. Fe. quæ est diameter globi ferrei 10. libras pendentis: quam in lineis Stereometricis interjice punctis 10. 10. per transversum. Nam ita Stereometricæ hæ lineæ præbent exactam sphaerometricam regulam pro ferreis globis. Quæ ipsa Instrumenti pro globis lapideis accommodandi ratio est.

Observetur, cū opus esse videatur, in instrumenti crure alterutro notare diversas diametros globorū, respondentes rationi librarū in diversis regionibus usitatarum: quòd vitandæ confusionis causâ sufficiat, notare semper plumbei saltem globi 10. libras pendentis diametros, quas pro diversitatē librarum in singulis regionibus consuetarum majores aut minores inveniēmus. Neque verò est opus, ut ad hæc diametros inven-

niendas, actu confici cures globos plumbeos, singulos 10 librarum. Nam cujus tandem cunque ponderis aut materiæ illi fuerint, ex iis diametrum globi plumbei 10. librarum invenire non erit difficile per ea, quæ suprà Probl. 23. tradita sunt, ubi data diametro globi, cujuscunque ponderis ac materiæ, docuimus invenire diametrum alterius globi, quocunque alio pondere, & quacunque aliâ materiâ (modò ea in Metallicis lineis expressa sit) constantis. Unde, si modò in qualibet regione paremus globum aut marmoreum, aut lapideum, aut alius materiæ in Instrumento signatæ, statim poterimus investigare diametrum globi plumbei 10. libras pendentis.

*Proposito cujuscunque materie corpore, reperire  
cunctas particulares mensuras corporis similis ex alia materiâ  
confecti, petitasque libras pendentis.*

#### PROBLEMA XXV.

Inter alios usus, quos hæ nobis lineæ suppeditant, est & hic, quòd solidas figuras quacunque petita proportionè, sive mutatâ, sive non mutatâ materiâ, possumus augere vel minuere. Quæ res exemplo sequente dilucida reddetur. Esto tormenti bellici proplasma quoddam exiguum, (vulgò modellus dicitur) verbi causâ, stanneum: ex quo cunctæ mensuræ particulares, grandioris tormenti è cupro confecti, & 5000. libras pendentis excerpendæ sunt. Initio itaque pondus istius proplasmatis exploretur, quod exempli causâ sit 17. librarum. Deinde sumatur quæ placuerit ejusdem dimensio, verbi causâ, orificii magnitudo: eaque transversè statuatur inter puncta St. St. metallicarum linearum: (cùm hæc sit materia dati proplasmatis) Et quia majus tormentum ex cupro conficiendum est, immediatè capiatur distantia punctorum Cu. Cu. quæ erit amplitudo orificii tormenti cupreidato proplasmatis stanneo æquipondii, hoc est, 17. quoque librarum. Verùm quia tormentum hocce cupreum stanneo non æquipondium esse, sed libras 5000. pendere debet, ad Sterec metricas erit recurrendum, in quibus modò dictum spatium punctorum Cu. Cu. transversè applicandû est ad puncta 17. 17. & immoto Instrumento sumenda distantia punctorum 100. 100. quæ foret amplitudo orificii alicujus bombardæ 100. librarum. Atqui bombardâ volumus, quæ pendat libras 5000. Ergo dicta distantia 100. 100. augenda est secundum quinquagecuplam proportionè, cùm 100. in 5000. quin-

quagies contineatur. Eam itaque magis expanso Instrumento, ad aliquem numerum aptabimus, cujus quinquagecuplus ibidè extet: quod fiet, si statuamus illam inter 2. 2. ac post eandem capiamus intervallum punctorum 100 100. quod absque dubio dimensio erit officio bombardæ grandioris attribuenda. Qua ipsa ratione cæterarum tormenti partium omnium dimensiones investigare licet.

Non minus etiam tormenti longitudo reperiri potest, quamvis instrumenti curatanto spatio divaricari nequeant. Est autem proplasmatis non integra longitudo, sed eius aliqua saltem pars, putà octava, vel decima sumenda, quæ per modò expositam rationem aucta sive multiplicata, tandem nobis exhibebit octavam vel decimam partem totius longitudinis bombardæ grandioris.

Cæterum hoc loco fortè dubium alicui suboriri queat, an, quemadmodum ope metallicarum nostrarum linearum dimensiones memoratas invenimus, unius metalli simplicis in aliud simplex commutatione facta, id ipsum fieri etiam queat in aliqua metallorum duorum Alligatione, quam vocant: ut in exemplo suprà posito, si tormentum formandum esset, non è puro cupro: sed, prout communiter fit, ex eo, quod aliquid stanni habeat admixtum. Quare modum trademus, easdem inveniendi dimensiones in qua tandemcunque Alligatione, non aliter ac in simplici metallo. Consequemur autem in hoc, in metallicis lineis notando duo puncta obscura seu exigua. Dico exigua, ut operatione finita pro arbitrio nostro rursus deleri possint. Sit, exempli causâ, tormentum non è simplici ac puro cupro conficiendum, ut suprà supposebatur: verùm ex ære, quod stannum admixtum habeat, ea Alligatione, ut ternas cupri libras singulæ stanni ingrediantur. Quare in utraque linea Metallica spatiolum illud, quod est inter puncta Cu. & St. exactè dividatur in quatuor æquales particulas, quarum tres relinquantur versus stannum, ac unica versus cuprum: atque ibi signetur punctum illud obscurum in utraque linea Metallica, quo utemur ad metalli transmutationem haud aliter, ac suprà punctis Cu. Cu. Et hac ratione, nova puncta cujuscunque alligationis metallorum duorum pro re nata signari possunt.

Cæterum non abs re ac insigni commoditate fuerit, præsertim cum est facienda transmutatio in metallum mixtum & alligatum è duobus aliis, quacunque data proportionem, animadvertere, quòd repertà per declaratam operationem solum unà dimensione, ejus vi cunctæ  
alia



aliæ quàm exactissimè promptissimèque possint inveniri, mediantibus lineis arithmetiis, operandi ratione non multum discrepante ab ea, quam problemate 3. exposuimus. Exempli causâ. Linea A. diameter erat

B. A. orifici in proplasmate sive modello bombardæ stannæ propositæ: & reperiēbamus lineam B pro diametro orifici in bombardâ librarum 5000. conficienda ex metallo sic mixto, ut stanni libræ binæ cupri ternas ingrediantur. Dico jam, quod ad reliquas dimensiones inveniendas arithmetice lineæ sufficiant, accipiendo lineam B eandemque per transversum applicando quibuscunque libuerit arithmeticarum linearum punctis: & quantò maiorem sumptis numerum, tantò commodius operaberis. Quare collocemus eam inter ultimos numeros 250. 250. atq; hac instrumenti dispositiōe retēta, periclitemur, quibus transversè punctis linea A. congruat, quæ sint, verbi causâ 44. 44. Vnde cognoscimus, quod in proplasmate dimensio A. ad maioris tormenti dimensionem homologam sese habeat ut 44 ad 250. Quæ ipsa cæterarum proplasmatis ac tormenti maioris dimensionum sibi mutuo respondentium est proportio. Vnde reperturus, exempli gratiâ, posticæ partis crassitiem, accipias eam è proplasmate, ac transversè statuas inter puncta 44. 44. linearum arithmeticarum: ex iisdemque situm hunc invariatur tenentibus transversam distantiam punctorum 250. 250. excipias. Hæc enim erit posticæ partis in maiore tormento crassities. Quæ ipsa ratione cæteræ dimensiones omnes inveniuntur.

Prætereâ faciliè simul & exquisitissimè prima illa linea B. respondens puncto propositæ Alligationis metallorum duorum invenitur ita procedendo. Primò separatim investigentur duæ simplices dimensiones, quarum una stanno, altera cupro respondeat: cuiusmodi sunt duæ lineæ CD. CE. ex quibus CD sit dimensio cupro puro respondens: C E. verò puro stanno: ita ut harum differentia sit linea D E. quæ dividenda erit juxta proportionem Alligatione assignatam. Vt si metallorum commixtio ternis cupri, binis stanni partibus constaret, linea D E. secunda erit in puncto F. eo pacto, ut F G. versus stannum tres partes, & F D. versus cuprum partes duas complectatur. Id quod perficies, totam lineam D E. secādo in quinque partes æquales, earumque tres relinquendo versus E. ac duas versus D. Vnde linea C F. erit nostra

E

principalis

principalis, quæ paulò antè fuerat linea B per quam solâ linea rum  
arithmeticarû operâ perficiemus cunctas ceteras dimensiones jux-  
ta tertii problematis doctrinam, ita ut non sit opus, ad lineas vel  
metallicas, vel stereometricas ulterius recurrere.

## DE LINEIS POLYGRA-

phicis.

*Polygonæ regularia describere.*

### PROBLEMA XXVI.

In altera instrumenti facie primùm offerunt sese lineæ *Polygraphi-  
cæ*, à primario, quem habent, usu sic dictæ. Per eas enim super qua-  
vis proposita linea planam figuram quotcunque & laterum, & an-  
gulorum æqualium facili negotio describere possumus, acceptâ  
circino magnitudine datæ lineæ, eaque per transversum collocatâ  
inter ejus puncta 6. 6. Quo in situ relinquatur instrumentum, & ex-  
cipiatur inde transversum quoque intervallum eorum punctorum,  
quæ adnotatum habent numerum laterum ejus figuræ, quam de-  
scribere animus est. Exempli causâ, formare jubeamur heptago-  
nû, sive septem laterum figuram. Primùm itaque datam lineam sta-  
tuemus inter 6. 6. Deinde sumemus intervallum punctorum 7. 7.  
quod erit semidiameter circuli compræhendentis heptagonum su-  
per lineâ proposita describendum sic, ut ex lineæ terminis, tan-  
quam centris, supra eam ad intervallum repertæ semidiametri fiat  
intersectio quædam, ex qua tanquam centro, eadem circini aper-  
turâ describatur occulta circumferentia, quæ datæ lineæ terminos  
pertransiens, eam præcisè septies in se recipiet, unde septangulum  
conficietur: quod erat faciendum.

*Circuli peripheriam in quotlibet partes aequa-  
les dividere.*

### PROBLEMA XXVII.

*Isdem lineis, circuli propositi circumferentiam in plures partes di-  
videre*

videre licet, operandi ratione conversa cum præcedente. Nam circuli  
 35  
 propositi semidiameter circino sumitur, statuiturque per transversum  
 inter puncta signata numero partium earum, in quas circumferentiæ di-  
 visio fieri debet: immotoque instrumento deinde semper excipitur  
 intervallum punctorum 6.6. quod in partes petitas circumferentiam  
 secabit. Vt in septem æquales partes datum circulum divisurus, ejus  
 radius collocetur inter 7.7. & excipiat distantia 6. 6. qua sectionem  
 imperatam absolvet:

## DE LINEIS TETRAGONI- CIS.

*Circulum, atque adeò quaslibet figuras regulares  
 quadrare, ac easdem in se invicem com-  
 mutare.*

### PROBLEMA XXVIII.

Lineas hæc *Tetragonicas* appellare libuit, ab earum usu potissimo,  
 qui est, circulū, omnēque figuras regulares quadrare. Cujus alioqui sub-  
 difficultis problēatis hīc expeditissima solutio datur. Etenim dato circulo  
 quadratum æquale constructurus, tantummodò semidiametrum ejus  
 acceptam circino, statues in Tetragonicarum linearum punctis iis, quæ  
 duobus circellis notantur, hoc modo,  $\odot \odot$ . & immoto sic instrumento,  
 ex iisdem circino sumes distantiam punctorum 4.4. quæ est latus qua-  
 drati dato circulo æqualis.

Haud alia ratione, si latus pentagoni, vel hexagoni, eidem circulo  
 æqualis habere vellemus, accipietur interstitium vel punctorum 5.5. vel  
 punctorum 6.6. Hæc namque latera erunt vel pentagoni, vel hexagoni,  
 circulo dato æqualis.

Præterea cum ex converso placet invenire circulum æqualem qua-  
 drato, vel alii cuivis polygono regulari, latus ejus circino exceptum sta-  
 tuatur in iis tetragonicarum punctis, quæ numero laterum propositæ fi-  
 guræ notantur: & immoto instrumento, capiat ex iisdem distantia cir-  
 cellorum  $\odot \odot$ , qua semidiametro descriptus circulus, dato polygono  
 æqvabitur.



Tandem hac ipsa ratione latus inuenietur cuiuscunque figuræ regularis, æqualis cuicunque alii propositæ. Vt, octangulum dato pentagono æquale constituetur, si propositi pentagoni latus accommodetur punctis 5. 5. & instrumento non mutato capiatur interstitium punctorum 8. 8. quod erit octanguli latus, ad quærendum propositum.

*Diversis figuris regularibus, quamvis inter se dissimilibus, omnibus unam aliquam æqualem constituere.*

### PROBLEMA XXIX.

Problematis hujusce resolutio dependet cùm è præcedente, tum decimo suprâ declarato. Nam si, gratiâ verbi, proponerentur hæ figuræ, circulus, triangulum, pentagonum, hexagonum: petereturque fieri quadratum istas figuras omnes ambitu suo complexum: initio per antecedens problema separatim inuenienda sunt quatuor quadrata dictis quatuor figuris æqualia. Deinde per problema 10. unum aliquod quadratum istis quatuor æquale construendum est, quod absque dubio propositas quatuor figuras æquabit.

*Constituere qualemcunque figuram regularem, cuicunque alii figuræ rectilineæ irregulari æqualem.*

### PROBLEMA XXX.

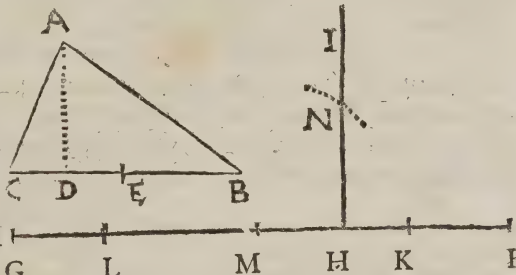
Hocce problema non est utile minùs, quàm curiosum. Docet enim, quomodo cunctæ planæ superficies irregulares possint vel quadrari: vel in circulum, aut quamcunque regularem figuram aliam reduci. Et quoniam omne rectilineum in triangula resolvitur, quando noverimus constituere quadratum æquale cuicunque triangulo: separatim describendo singula quadrata, singulis, in quæ rectanguli resolutio est facta, triangulis æqualia: deinde per problema 10. isthæc omnia quadrata reducendo in unum aliquod; est manifestum, quadratum esse reatum, æqua-

le rectilineo proposito. Vnde resolutio problematis huiusce consistit in inventione quadrati cuicunque proposito triangulo æqualis, quam ex insequentilemmate discemus.

*Lemma pertinet ad modò dictorum explicatio-*  
*nem.*

Sit ergo constituendum quadratum æquale dato triangulo ABC

Lineæ infinitæ FG. infistat ad angulos rectos infinita HI. Deinde sumatur medietas perpendiculari AD. (id quod circino quaternorum crurum, cujus breviora crura subdupla sunt ad longiora, comòdè per-



ficietur) quæ in infinita linea sit HK. Sumatur quoque basis BC. quæ in eandem infinitam translata, sit HL. Porro KL. bisecetur in M. quo centro, & radio bisegmento, imposita perpendicularis HI. fecetur in N. Eritque HN. latus quadrati triangulo dato æqualis.

Cæterum quæ jam per linearum descriptionem absque Instrumeto sumus operati, per instrumentum facilius poterimus expedire. Vtin superiore triangulo est sumenda perpendicularis AD & in scalam arithmeticam rectam transferenda, ubi abscondet, verbi gr. puncta 13. quæ ipsa perpendicularis in arithmetice lineis est statuenda inter 12. 13. similiterque base medietas BE. in scalam arithmeticam transferenda, ubi quia v. g. puncta 12. complectitur, ideoque in geometricis lineis ( eundem, quem & antè, situm tenentibus ) accipiemus distantiam transversam punctorum 12. 12. quæ erit linea F. eadem cum priore HN. cujus quadratum æquabitur triangulo dato ABC.

## DE LINEIS ADIVNCTIS.

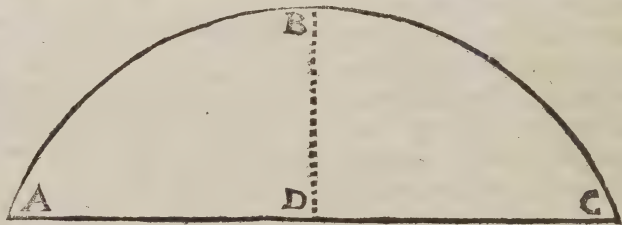
*Circuli cùm segmenta, tum sectores, itémque figuras alias à partibus circumferentiæ, aut simul à rectis & curvis lineis comprehensas quadrare.*

### PROBLEMA XXXI.

Explicandæ nunc restant *Adjunctæ lineæ*, sic à nobis appellatæ, cum superioribus lineis adjungant id, quod in iis desiderari potuisset: modum videlicet quadrandarum circuli partium, ut segmentorum, sectorum, & aliarum mixtarum figurarum. Sunt autem hæ lineæ signatæ duplici numerorum ordine, quorum exterior incipit à puncto hanc semicircularem notam  $\cap$  adjunctam habente: post sequuntur numeri 1. 2. 3. 4. usque ad 18. Alter ordo interior incipit ab hoc signo  $\sqcap$  sequunturque numeri 1. 2. 3. 4. & citidem usque ad 18.

Mediantibus hisce lineis possumus initio quadrare quodcumque circuli datum segmentum, quod tamen semicirculum non excedat. Quod quomodo fiat, exemplo clarum reddam. Esto segmentum ABC. cui æquale quadratum inventurus, biseca chordam ejus AC. in puncto D. & bisegmentum AD, circino sumptum accomoda per transversum

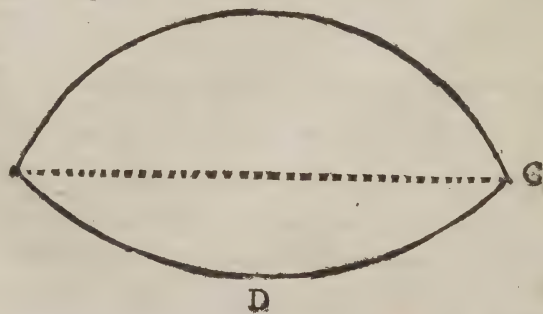
punctis signatis dicto caractere semicirculari  $\cap$  instrumentum in hoc statu relinque. Præterea segmen-



E —————

ti altitudo DB. quibus punctis exterioris numerorum ordinis congruat, explora. Cadat hic, exempli causâ, inter 6. 6. Porro statim accipe circino spatium inter puncta 6. 6. ordinis interioris, quod erit linea E. latus quadrati dato segmento ABC. æqualis, B

Quod si superficiem habere-mus, duobus circuli segmentis comprehensam, qualis est figura ABCD. illâ facîle reducemus in quadratum. Nam ducta chorda AC,

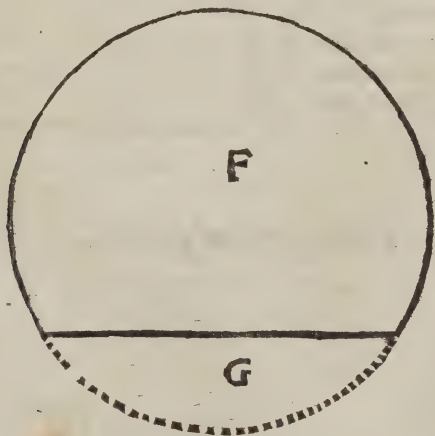
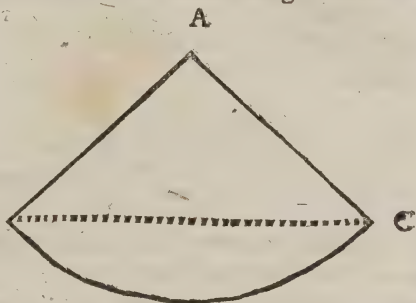




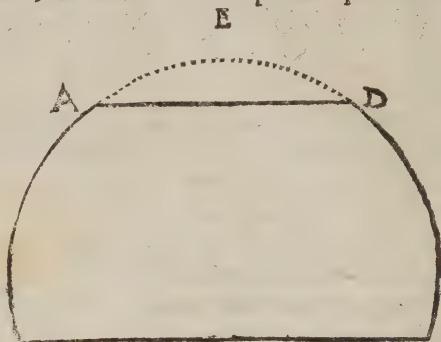
dividet eam in duo segmenta: deinde per modò traditam regulam inveniuntur duo quadrata segmentis illis æqualia, eadèmq; per problema 10. in unum aliquod rediguntur, quod æquabitur figuræ datæ ABCD.

Non dissimili ratione, circuli quoque Sectorem ABC. quadrabimus. Ejus enim basi chorda CB. subducta, dividet illū in segmentum & triangulum: ex quibus per superius tradita, duo quadrata, & ex his duobus unum aliquod construi facillè potest.

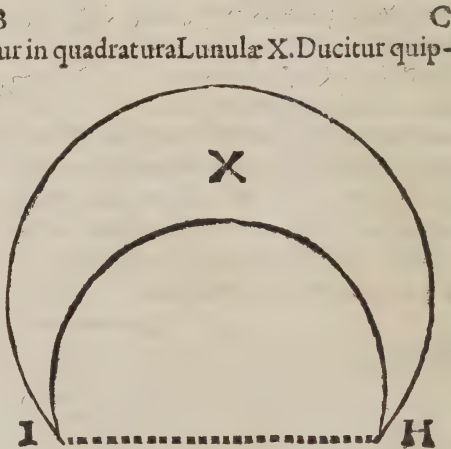
Supereſt, ut ostendamus, quomodo per easdem lineas oporteat quadrare segmenta semicirculo majora, ut F: item trapezia duabus rectis ac duabus curvis comprehensa, cuiusmodi est figura ABCD. præterea Meniscos sive lunulas, qualis est X. Quorum omnium problematum eadem est resolutio. Nam quod attinet ad segmentum semicirculo majus, si modò tradita ratione quadraverimus segmentum minus G, hocque quadratum subtraxerimus è quadrato, quod juxta problema 28. æquatur toti circulo: residuum quadratum æquabitur segmento majori.



Sic in trapezio quadrando, est inveniendum primò quadratum æquale segmento majori BAEDC. Deinde ex hoc ipso quadrato subtrahendū est id quadratum, quod æquatur minori segmento AED. Residuum quadratum æquabitur trapezio dato ABCD.



Eadem ratione proceditur in quadratura Lunulæ X. Ducitur quippe chorda HI, communis utrique segmento: separatim deinde investigantur quadrata iisdem segmentis æqualia: quorum differentia æquatur Lunulæ X. Quomodo autem geometricarū linearum ope, duorum quadratorum differentia sit invenienda, eadēque in aliud quadratum reducenda, suprà problem. II. fuit expositum.



*Finis primæ partis.*

# PARS ALTERA,

## QVA DECLARATUR USUS

### *Quadrantum, inter utrumque propor-*

### *tionum Instrumenti crus interjecto-*

### *rum.*

**A**Djungitur instrumento commodioris & amplioris usus gratiâ Limbus Quadrantis, instrumenti cruribus interceptus: in cuius interiori parte descripta extat scala bombardariorum, in partes 12. æquales pro more divisa. Scalæ hujus usus est, ut instrumenti uno crure in tormenti cavitatem imposito perpendiculum è centro dependens in ea monstret, ad quam altitudinem elevata sit machina.

Cæterùm quia res non caret periculo, si quis munimentum egres-  
sus, & scalam hanc orificio tormenti applicans, hostium sese conspectui  
exponat, inventa est alia hoc ipsum perficiendi ratio securior, scalam  
applicando posticæ parti bombardæ. Quoniam autem tormenti cavitatis  
non est parallela cum exteriori superficie, ac posteriores partes crassitie sua  
superant anteriores, oportet hunc defectum supplere prolongato instru-  
menti eo crure, quod orificium tormenti spectat: quæ prolongatio fit,  
admotâ quadam pinna seu ancone mobili. Necessum autem est, ut una  
solum vice tormentum in libellam collocetur, hoc est, ita statuatur, ut  
axis tormenti sive linea, quæ per mediam ejus cavitatem transit, exactè  
cum plana finitoris superficie congruat. Quo facto, in illa tormenti par-  
te, qua pulvis pyrius accenditur, instrumentum statuatur, ejusque crus  
anteriorius admotâ pinnâ volubili tantisper prolongetur, donec perpen-  
diculum secet punctum 6. quod in scala medium est. Deinde sistatur  
pinna per cochleolam suam, ac in instrumenti crure signetur lineola quæ-  
dam obscura eo loco, ubi terminatur illa fistula transversa quæ pinnam  
adfixam secum defert: quod res sic exigente postea queat eadem accom-  
modatio pinnae repeti. Quod si iam tormentum ad unum scalæ pun-  
ctum elevare placet perpendiculum secabit numerum 7, sin ad duo  
puncta, secabit 8, &c:

Altera, quæ sequitur, divisio Quadrantis est Astronomici, cujus



usus cū ab aliis jam antè satis superque fuerit expositus, eum hoc loco declarare, non est operæ pretium.

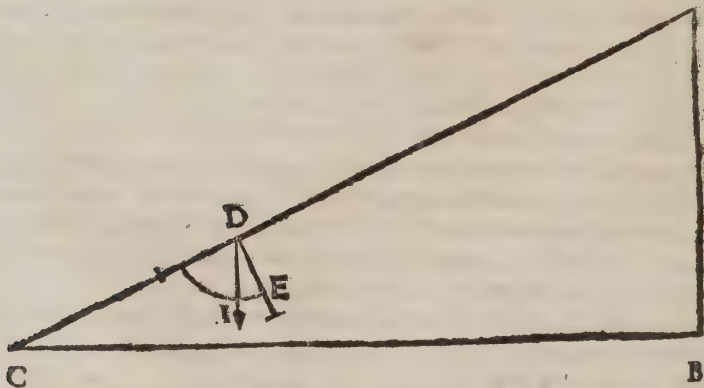
Tertia circumferentia, quæ illam excipit, quibusdam transversis divisa lineis, ad murorum inclinationes explorandis inservit. Incipit autem ab ea inclinatione, in qua cathetus ad basin se habet, ut 10. ad 1. ac progreditur ad eam usque, cujus cathetus ad basin est, ut  $\frac{1}{2}$  ad 1. Usurus hoc instrumento, perpendiculum suspendas ex illo minuto foramine, quod ad principium scalæ bombardariorum conspicitur: ac oppositum instrumenti crus applies ad murum, & observes, quodnam punctum filum perpendiculare transeat: quod sit, exempli causâ, 7. Quare pronunciamus, murum istum sic inclinatum esse, ut cathetus sive perpendicularis à summa ejus parte ad imam basin descendens, septupla sit ad eandem basin.

Ultima circumferentia, quam nunc fusiùs explicandam sumemus, in 200. partes divisa, scala est, altitudinibus, profunditatibus, ac distantiiis metiendis inserviens.

1. *Altitudinum geodesia.*

Ac initio quidem diversas rationes ostendemus altitudinis metiendæ, facto principio ab altitudinibus ad perpendiculum erectarum rerum, ad quarum radicem accessus patet. Sit altitudo turris AB à cujus ima parte B. digrediamur versùs C. ad intervallum 100. pedum, (vel decempedarum, vel quarumcunque mensurarum aliarum,) Deinde per

A



dioptras inspiciatur cacumen A. ut sit linea visiva CDA. notenturque puncta, à perpendiculari filo DI. abscissa, quæ si fuerint in umbraverla,

sive

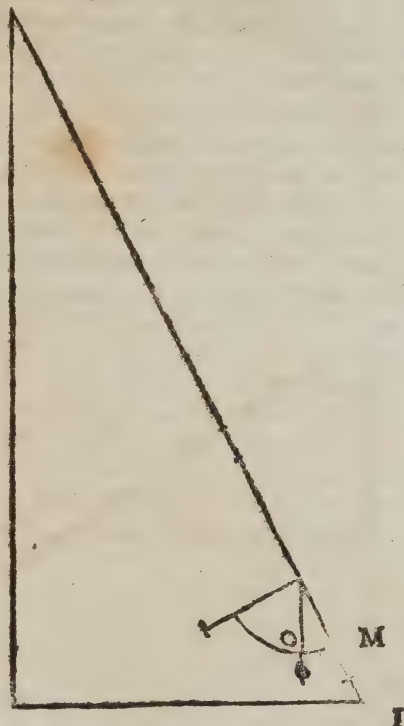
siue ea, quæ oculo opponitur, ut hoc in exemplo est arcus EI. 47. punctorum: dicemus, altitudinem turris AB. tot esse pedum, quot sunt abscissa puncta, nimirum 47.

Quod si verò filum caderet in umbram rectam, seu eam, quæ est oculi propior, quemadmodum apparet in sequenti figura, ubi in altitudine GH. dimetienda perpendiculum abscindit arcum MO. tum per numerum abscissum dividenda sunt 10000. quotiens erit altitudinis GH. mensura. Vt, si perpendiculum attigisset punctum 50. per hæc 50. dividantur 10000. Quotiens 200. altitudinis GH. mensura est.

Et quia videmus, quodd perpendiculum nonnunquam fecerit illas centesimas partes, quæ contiguæ sunt ei cruri, in quo dioptræ sunt: nonnunquam autem oppositas: (hoc est, quodd interdum incidat in altimetra nostræ scalæ umbræ rectā. interdū in versā) idque insequentibus operatiōib⁹ pluribus evenire possit; ideoque pro regula universali teneatur: H

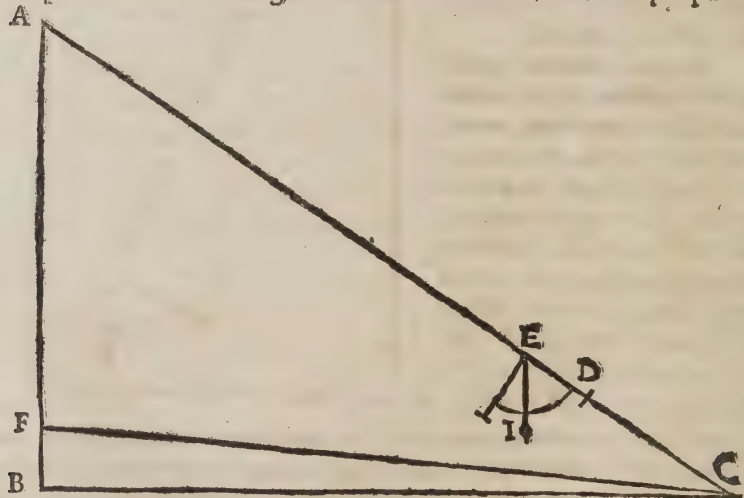
*Quotiescunque perpendiculum incidit in umbram rectam, hoc est, eas centesimas, quæ sunt observatoris oculo contiguæ, quodd per numerum abscissum à perpendiculo dividere semper oporteat 10000. ac de reliquo sequi regulā præscriptam. Et in sequentibus quidem exemplis perpendiculum semper alteras tantum centesimas transire præsupponemus.*

Cæterum ut varietas atque multitudo usuum hujus Instrumenti magis perspiciatur, modum ostendam, quo supputationes laboriosiores, quæ in altimetra scalæ usu sese offerunt, evitari, ac summa brevitate facilitatēque perfici queant, arithmeticarum linearum interventu. Et ut



ab operatione præfenti faciam initium, si quis ignarus arithmeticae 10000. per abscissum perpendiculo numerum dividere non possit, ex arithmetice lineis directè capiat 100. eaque per transversum statuatur inter puncta illius numeri perpendiculo abscissi: post instrumento non variato, excipiat indidem transversam distantiam in punctorum 100. 100. quam si directè metiamur, exhibebit altitudinem quaesitam. Ut si perpendiculum secuisset 77. in arithmetica linea 100. directè sumpta, transversè statuatur inter 77. 77. statimque distantia punctorum 100. 100. excipiat, quam si metiaris directè, continere deprehendes 130. puncta ferè quanta scilicet est mensura proposita ad metiendum altitudinis.

Alter modus altitudinis metiendæ non est adstrictus ad 100. pedum distantiam à basi: sed quovis à basi intervallo perficitur, ut exemplo sequente patefcat. In puncto C. metiri placet altitudinem turris AB. sit itaque visiva linea in fastigium turris directæ CDE: notenturque puncta



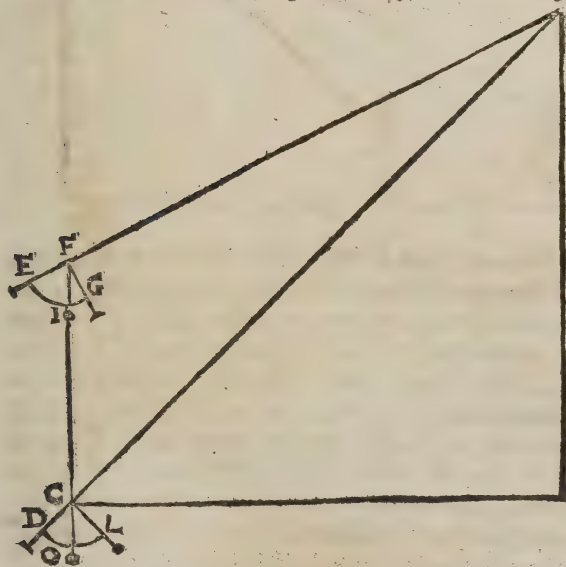
filo EI. abscissa, quæ causâ exempli sunt 80. Deinde ex eadem statione C. humilior quoddam in eadem turri signum, ut punctum F. per dioptras observemus, notando puncta filo perpendiculari abscissa, quæ sunt 10. cumque minor hic numerus 10. in altero majore 80. contineatur octies, pronuntiabimus ergo, distantiam FB. in tota altitudine BA. contineri octies. Et quia punctum F. humilior est, altitudinem FB. decempe-



dā, vel alio mensuræ genere non difficulter explorare, atque sic in cognitionem totius altitudinis AB. venire poterimus.

Est autem animadvertendum, quid in hac geodæsia metiamur solummodò altitudinē eā, quæ est suprahorizontē sive finitorē observatoris oculi. Proinde si fuerit oculus observatoris altior base rei metiendæ, ad altitudinem instrumento repertam oportet addere tantum intervallum, quanto basis horizon ab oculi horizonte distat.

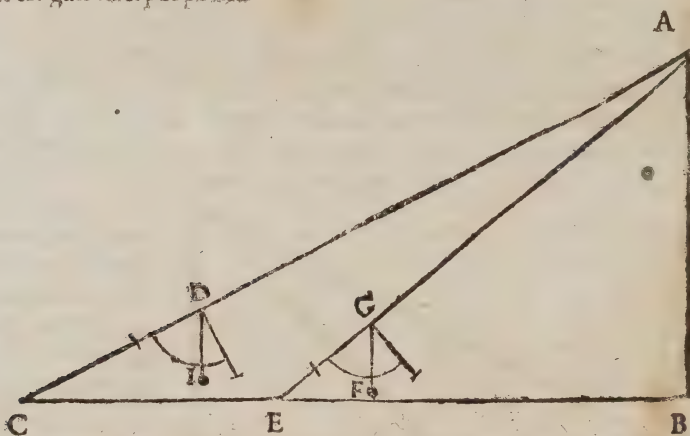
Tertius modus altitudinis explorandæ duabus indiget stationibus, in hasta aliqua ad perpendicularum erecta factis. Vt, in altitudine AB. metiendâ, primò statuatur Instrumentum in e'latiore statione F. & per pinnacidia EF radius visivus transeat ad rei metiendæ fastigium A, noteturque abscissus arcus GI. qui sit, exempli causâ, 50. partium. Deinde perpendiculariter te demittas ad humiliorem alteram stationem C. atque idem fastigium A, conspicias per pinnacidia DC. rursumque observes abscissum arcum LO. qui priore major erit, exempli gratiâ punctorum



Quartò, si metiendæ cujusdam altitudinis radicem seu fundum  
conspicere non daretur, ut est altitudo montis AB. sic procedendum est.

F  $\frac{1}{3}$  In prima

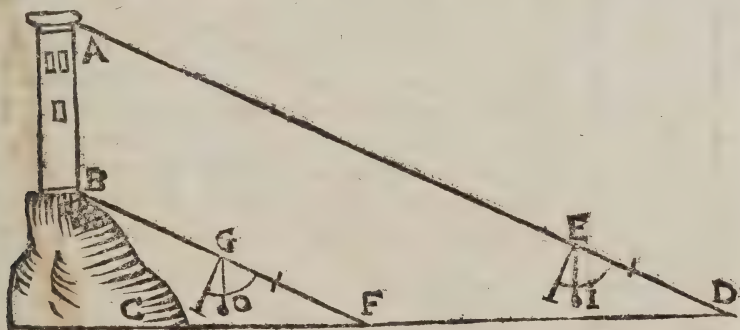
In prima statione C. radius visualis ab oculo per pinnacidia transeat ad montis cacumen A. notenturque partes, quas liberè pendens perpendiculum DI. abscindit, quæ sint exempli causâ 20. Deinde in eodem plano, 100. passibus propius ad montis radicem accedendo, ex altera statione E. idem cacumen A. videatur, rursusque partes à perpendiculo GF. abscissæ notentur, quæ sint 22. Jam hi duo numeri 20. & 22. inter se multiplicati faciunt 440. quæ dividenda sunt per differentiam eorundem numerorum, hoc est, per 2. Quotiens 220. passus, est altitudo montis, ad investigandum proposita.



Supputatio per Instrumentum fit hoc pacto. Minorem numerum à perpendiculo abscissum ex arithmetice lineis accipias directè, ac per transversum applies ad differentiam duorum numerorum in utraque statione repertorum: præterea transversè sumas alterum numerum à perpendiculo abscissum, quem si directè metiamur, exhibebit altitudinem quæsitam. Exempli causâ, si stationis utriusque puncta forent 42. & 58. ex his minorem numerum 42. directè captum, transversè colles ad differentiam eorundem, hoc est, inter 16. 16. (vel, si non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. sit hoc loco quadruplum 64.) Deinde numerum alterum majorem 58. (vel hoc loco, ejus quadruplum 232.) exceptum transversè, metiaris directè: habebisque 152. & unam quartam, quæ est altitudo ad metiendum proposita.

Quintò possumus eodem Instrumento quamvis altitudinem explorare, cujus basis imposita sit monti, vel alteri cuiquam altitudini, & utraque

utraq; illius extremitas cerni possit: quamvis infimum punctum altius, cui imponitur, lateat, & ejusdem infimi puncti distantia à loco mensoris congrua non sit. Ut, altitudinem turris AB. monti BC. insistentis exploraturus, initiò ex remotiore statione D. turris apicem A. per pinnacidia videas, notetq; puncta à perpendiculo EI. secta, quæ, verbi gratiâ, sint 18. Deinde in D. baculo infixo, vel alio relicto signo, propius ad turrim accedas, usque dum basin turris, hoc est, punctum B. per pinnacidia observans, perpendiculum GO. secet eundem numerum 18 id quod fit in statione secunda F. Metiaris porrò duarum stationum intervallum DF. quod, exempli causâ, sit passuum 130. quem numerum multiplices per dicta 18. puncta: factumque 2340. divides per 100. Quotiens 23. & duæ quintæ, est altitudo turris AB. in passibus, vel alio mensuræ genere, quod in DF. adhibitum fuit.



Per instrumentum sic hic epilogismus, abscissa puncta directè sumpta, statuendo transversè ad 100. ac post intervallum stationum exceptum transversè, directè metiendo. Ut si perpendiculare filum secuisset puncta 64. & inter utramque stationem passus 146. intercederent, accipiantur 64. directè, perque transversum applicentur ad 100. 100. atque sic immoto Instrumento transversum spatium inter 146. 146. capiatur, quod in scala recta dabit 93. cum dimidio circiter: quanta scilicet est altitudo ad metiendum proposita.

## 2. Geodesia profunditatis.

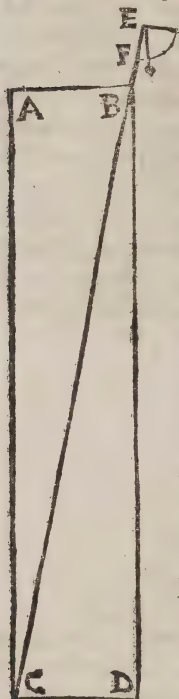
Modi profunditatis explorandæ duo sunt: primus ad eas pertinet, quæ l. neis parallelis continentur. Ut est profunditas putei, vel altitudo turris à suo fastigio metienda. Sit, exempli causâ, puteus ABDC. parallelis AC. DB. comprehensus. Instrumenti angulo ad oculum admoto,

F 4

radius

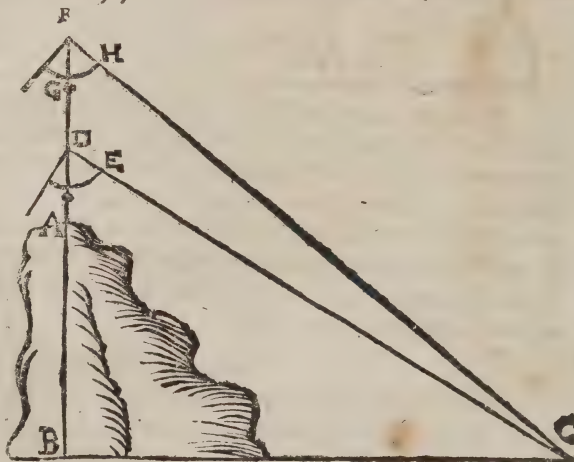


radius visualis per utriusque pinnacidii foramina transmissus stringat puncta B C. noteturque numerus à perpendicularo sectus, qui verbi gratià sit 20. consideretur deinde, quoties hic ipse numerus 20. contineatur in 100. actoties latitudinem B A. contineri pronuntiabimus in profunditate B D.



Alter modus attinet illas profunditates quarum pars ima sub aspectum non cadit. Ut, si montis A B. altitudinem, sive lineam perpendicularem, quæ ex ejus cacumine in horizotem subjectæ planitiæ demittitur, explorare placet, est necesse, duas stationes in una linea perpendiculariter erecta adhiberi: quarum sublimior sit in aliqua turri, vel arbore, vel altiore domo, ubi ex puncto F. per pinnacidia F H. signum aliquod, ut C. in planitie subjecta observetur, notenturque puncta filo F G. secta, quæ sunt 32. Deinde ad inferiorem stationem D. demissus, idem signum C. per pinnacidia D E. intuearis, itidemque secta si 30 puncta notes, quæ sint 30. Horum duorum numerorum differentia 2. quoties continetur in minore numero 30. (continetur autem hoc loco 15.) toties differentiam stationum F D. conti-

neri pronuntiabim<sup>9</sup> in linea D B. Quod si ergo F D. lineam in certo mensuræ genere cognitam habeamus, inde quoque magnitudinem D B. nō difficulter eliciemus. Ut, si F D. sit 10. passuum, D B. contine-



bit passus 150. unde subtractâ stationis inferioris altitudine D A. relinquetur







Suppositio per instrumentum quomodo fiat, sequens exemplum docebit. Sint puncta abscissa per visuales radios in utraque statione 74 & 36. Accommodes Instrumentum sic, ut arithmetica linea rectum angulum efformet: id quod fiet, si 100. ex iisdem directe sumpta, transversè per circinum ita statuas, ut crus unum consistat in 80. alterum in 60. (atque hac regula, lineas arithmeticas in angulum rectum conjungendi, probè teneatur ad alios etiam usus.) Quo factò, sumas distantiam transversam inter 100. & majorem numerum à visivis radiis abscissum, qui hic est 74. quam distantiam p transversum statuas inter 38.38. quæ est differentia duorum, quos dixi, numerorum 74. & 36 Quod si propter parvitatem hujus numeri fieri non potest, sumas ejus duplum, triplum, vel quadruplum. Hic exempli causâ, accommodetur ad triplum, hoc est, inter 114. 114. statimque sumatur distàtia transversa punctorum 100. 100. quam si directe metiaris, & semel, bis, ter, vel quater sumas, (prout distantiam dictam inter differentiam vel simplicem, vel duplicatam, triplicatamve &c: statueris) exhibebit quæsitam distantiam. Ut in hoc exemplo dicta transversa distantia in scala recta punctorum est 109. qui numerus triplicatus, dabit 327. quanta scilicet est ad metiendum proposita distantia.

5. Ratio jam Consideranda venit metiendi à nobis remotiorum locorum intervallum. Ac initid modum exponemus, qui tum adhibetur, si locus uterque in eadem recta linea situs à nobis ex aliquo loco conspici potest. Sit, exempli causâ, locorum BA. intervallum explorandum, quorum uterque in eadem recta linea CBA. visui nostro sese offert. Initid statnatur instrumentum in C. sic, ut per unius lateris dioptram exiens

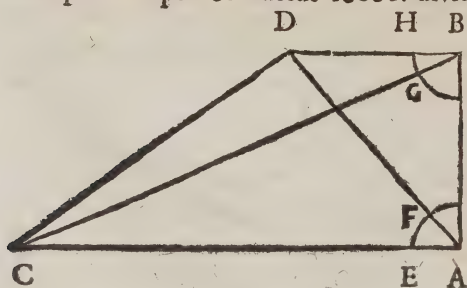
D



A B C  
radius, utrum que datum locum AB. pertranseat. Deinde in linea visiva  
G per alterius

per alterius lateris dioptram versùs D. exeunte, spatium CD. sumatur pedum 100. figanturque baculi in D. & C. Tum ad alteram stationem D. transgressi, rursus ita collocemus Instrumentum, ut unum ejus latus cum DC. stationum lineâ coincidat: transeant autem ex angulo D. visuales radij ad utrumque locum B. & A. & ab iisdem abscissi numeri notentur, qui sint, verbi gratia 25. & 20. per quos dividantur 10000. eritque quotiens primus 400. secundus 500. quorum differentia 100. est distantia BA. quæ sita.

6. Si verò distantia metienda foret inter duo loca C. & D. in transversum sita, sic ut recta CD. producta, per pedes mensoris non transeat: initio in statione prima A. per foramina pinnacidiorum conspiciatur punctum C. secundum lineam AEC. Deinde radio visivo per F. in alterum punctum D. transmissio, notetur abscissa umbra FE. quæ sit verbi gratia punctorum 20. & per Instrumenti sic innoti latus alterum acies dirigatur versùs secundam stationem B. Tum in A. infixo baculo, itemque alio in linea AB. tantisper in hac ipsa linea recta AB. procedatur, donec per instrumenti latus unum radius visivus in punctum D. simulque per latus alterum in punctum A. transeat, id quod fit in puncto P. ex quo radius dirigatur ad C. noteturque abscissa umbra GH. punctorum v. g. 15. Tandem exploretur intervallum duarum stationum AB. quod sit, exempli causâ 160. passuum. Iam præcognitis hisce, supputatio sic instituitur. Primò numerus passuum, interjectorum utrique stationi, hoc est 160. multiplicatur per 100. factus 16000. dividendus est separatim per u-



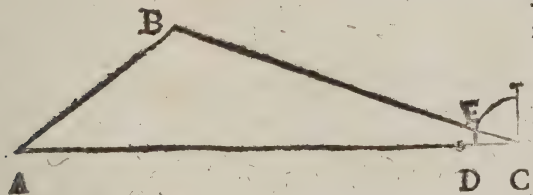
tramque repertâ umbram 20. & 15. Quotientes sunt 800. & 1067. quorum differentia 267. in se multiplicata, facit quadratum 71289. cui addendum est quadratum dictorum 160. passuum, quod nascitur ex hoc numero in se ipsum ducto: estque 25600.

Horum quadratorum summa est 96889. cujus quadrata radix 311. passus arguit inter C. & D. interceptos.

Supputatio hæc per Instrumentum ut fiat, exemplo sequente manifestum reddetur. In utraque statione fuerint umbræ repertæ 60. & 34. stationum

34. stationum autem intervallum esto 116. passuum. Jam in operando semper è lineis arithmetricis accipias 100. directè, eademque per transversum applices umbræ majori, quæ hîc est 60. statimque per transversum item excipias numerum passuum, qui hîc est 116. & hoc ipsum intervallum accommodes transversè ad alteram minorem umbram 34. vel si id non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. prout commodum tibi videbitur: applicetur jam ad quadruplum, hoc est, inter 136. 136. Quo facto, per transversum excipe differentiam duarum umbrarum, quæ hoc loco est 26. veletiam ejus duplum, triplum, quadruplum &c: prout paulò antè fuit applicatio facta. Ut in exemplo nostro sumendum est quadruplum 104. atque hæc distantia directè metienda, ubi continere deprehendetur 148. quem numerum custodi memoriâ: tandemque lineas arithmeticas juxta rationem, quam supra tradidimus, ita statue, ut in angulum rectum coëant. Quo facto, cape transversum intervallum inter eum numerum, quem modò memoriâ tenendum diximus, & numerum passuum, hoc est, inter 148. & 116. quod spatium directè si metiaris, invenies 188. quanta præcisè est distantia quæsita DC.

7. Tandem si ad alteram stationem, prout in operatione præcedente requirebatur, progredi non liceret, alio tamen modo distantiam duorum locorum in transversum sitorum elicere poterimus. Ut ex C. mensurus interstitium AB. principiò secundum aliquem modorum suprà declaratorum, explora sigillatim utriusque dati loci A. & B. distantiam à menforis pede C. sitque gratiâ exempli, CA. 850. & CB. 530. passuum. Præterea Instrumenti latus CD. coincidat cum recta CA. & ex angulo C. spectetur alter locus B. noteturque abscissa umbra DE. verbi gratiâ 15. punctorum: qui numerus in se ductus, exhibet quadratum 225. cui addantur 10000 summa 10225. cujus quadrata radix est 101. Multiplica porrò minorem distantiam 530. per 100. factum 53000. divide per modò inventam radicem 101. quotum 525. multiplica per majorem distantiam 850. factumque 446250. duplica, sient 892500. Præterea multiplica sigillatim dictas duas distantias, unamquamque in se ipsam: facti 722500. & 280900. additi summam constituent 1003400. ex qua



latim dictas duas distantias, unamquamque in se ipsam: facti 722500. & 280900. additi summam constituent 1003400. ex qua

G 3 subtrahendum



subtrahendum est superius illud duplum 892500. Residuum 110900. radix quadrata 333. est quæsitæ duorum locorum AB distantia.

Magno hujus calculi labore nos arithmeticæ lineæ sublevabunt, ut exemplo clarescet. Ponamus, majorem distantiam esse passuum 130. minorem verò 104. umbram denique punctorum 58. Arithmetica lineæ rursum, ut antè, rectum angulum constituant: & uno circini crure posito in puncto 100 alterum expandatur usque dum pertransversum attingat 58. numerum videlicet umbræ repertæ: hoc ipsum spatium in arithmetica lineæ si directè metiaris, continere depræhendes 116. quàm proximè: qui numerus est memoriâ tenendus. Accipe præterea directè dictum umbræ numerum 58. & hanc distantiam per transversum statue inter 100. & 116. quem numerum antea memoriæ tradendum diximus. Hoc instrumenti situ non variato, sume transversum intervallum punctorum 230. & 104. quibus numeris passuum. Hoc tandem intervallum si directè metiaris, exhibebit 150. quantum scilicet est interstitium quæsitum AB.

Atque has tantummodò metiendarum altitudinum, profunditatum, distantiarumque regulas jam proponendas esse duxi: non quòd secundùm unas hasce nostro Instrumento liceat operari: sunt enim & aliæ quamplurimæ: Verùm ut ne præter necessitatem sim longior, quàm par est: cum præsertim nullus omninò dubitem, quemlibet mediocriter ingeniosum iis, quæ sunt expositæ, cognitis, per seipsum plures alias, ad omnem specialem casum, qui se offeret, necessarias regulas invenire facile posse.

*Finis secunda partis.*

IN

# IN TRACTA- TUM DE PROPOR- TIONUM INSTRU-

mento, Notationes

*Mathia Berneggeri:*  
*quibus*

1. Instrumenti artificiosa constructio atque divisio docetur è fun-  
damentis Geometricis:

2. Demonstrationes ac fundamenta singulorum Problematum  
Galilæicorum traduntur:

3. Usus ulterior in resolvendis Euclideanis & aliis problematibus  
compluribus ostenditur.





# NOTATIONUM

## PARS PRIMA,

qua  
Proportionum Instrumenti  
fabrica edocetur.

**A**uctor Instrumenti, fabricæ rationem in præcedente tractatu consulto omisit. Ejus enim institutum fuit, ad praxin tantum, ac Instrumenti jam fabricati usum suos discipulos deducere, atq; adeo iis consulere, qui tò diòti in geometria discere vel nolunt, vel nequeunt.

Veruntamen ut iis etiam inserviat, qui ex integro tam nobile Instrumentum cognoscere satagunt, nec ad imitationem fabrefactis temerè fidunt: ostendam, quo pacto ipsi debeant operi manum admoveere, ac singularum Instrumenti linearum partitionem exactam & artificiosam instituere.

Fiant igitur ex orichalco, vel alia materia solida, curvaturæ non obnoxia, due regule, prorsum æquales: quarum magnitudo etsi arbitraria est, commodum tamen fuerit, unius pedis longitudinem, duorum digitorum latitudinem eas habere. Utraq; autem regula ex altera sua extremitate tanquã centro descriptos circulos habeat, æquales, qui sibi per  $\epsilon\phi\alpha\gamma\omega\sigma\tau\upsilon$  imp. nantur, atq; clavo aliquo tereti sic conjungantur, ut regule circa eum uniformiter moveri, & pro ut opus est, constringi ac dilatari queant: ita quidem, ut maxima dilatatione facta, regule consistant  $\epsilon\omega'$   $\epsilon\upsilon\delta\epsilon\iota\alpha\varsigma$ , hoc est, unam rectam duorum pedum lineam constituent.

Observandum autem, quia propter dictos duos circulos, linearum divisiones in altera regula non possunt ad ipsum usq; centrum excurrere, videri consultum, ut in planitie regularum dicto modo conjunctarum, congruè affigantur alie due laminae rectangule, sic ut utriusq; anguli in centro conveniant: iisq; divisiones linearum inscribantur. Id quod in arithmeticis potissimum lincis perquam commodum est. Sic enim inde minimos

H

quosq;

quosque numeros, atq. ad eam ipsam unitatem poterimus excerpere: quod alias non nisi per ambagum prestare licet.

Ad ipsarum porro linearum dividendarum rationem ut accedamus, est quidem ea huius Instrumenti præstantia & amplitudo, ut plurimæ lineæ quomodocumq. divisæ, eidem inscribi possint, quarum adminiculo datam quamcumq. aliam lineam dividere possimus eadem proportionē, quæ illæ divisæ sunt. Verùm quia has omnes persequi, foret infinitum: & proprio Marti atq. industrie aliquid est relinquendum, quæ quævis facili plurimos alios præbæri huius Instrumenti usus, ac divisiones, quando id res postulaverit, cogitando inveniet: præcipuas solummodo, & præter autoris, unam insuper atq. alteram adducemus. Et quævis ex Instrumenti centro singularum divisionum singula paria in utraq. regula sic discentur, ut in extrema Instrumenti parte à medio plani distent equaliter: quia tamen utriusq. divisionis eadem est ratio, in singulis paribus unius tantum lineæ mentio fiet: confusionis etiam vitandæ causâ quæq. lineæ literis Alphabeti signabitur, prout in typo æneâ laminâ expresso cernitur.

## 1. Arithmetica linea, quæ præfert literam A.

Ut usu frequentior est, ita primum locum tenet Arithmetica lineæ, sic dicta, cum secundum arithmeticam proportionem, hoc est, cum excessu equali, & in quocumq. pro arbitrio particulas æquales dividatur: quas plures esse prodest, quantum quidem Instrumenti longitudo permittit. Sunt, qui 100. sunt, qui 200. particulas faciunt. Autor 250. constituit. Quamvis autem hæc in æquas partes distributio in huiusmodi quidem compositis numeris & vulgari est, & facilis: commodius tamen ab eo perficietur, qui doctrinam de numero primo & composito, itemq. de primis cuiusq. numeri divisibilibus inveniendis probe tenuerit: quam à Ramo lib. 1. Arith. cap. 7. traditam, nec ab instituto nostro magnoperè alienam, & tam aptam hic inter seremus.

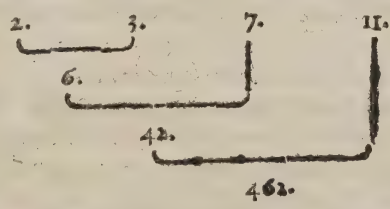
Est itaq. numerus primus is, qui ab alio numero, præterquam à se ipso, dividi non potest. Cuiusmodi sunt, 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31.

37. 45. 43. 47. &c. Numerus compositus contrahit, qui ab alio quoq; divi-  
ditur. Ut 4. est compositus, quia dividi potest per 2. Ita 6. per 2. vel 3.  
Ita 12. per 2. 3. 4. & 6.

Inveniuntur autem primi divisores compositorum numerorum, si  
datus comp-positus à minimo, quoad fieri potest, Primo dividatur: quotus  
hic vel per eandem Primum, vel per sequentem aliquem usq; eo dividatur,  
donec Quotus etiam habeatur Primus. Sit, exempli causa, datus Com-  
positus 462, cujus primos divisores oporteat invenire. Dividatur itaq;  
datus initio per 2. quotus erit 231. qui rursus divisus per sequentem Pri-  
mum 3. quotum exhibebit 77. qui porro non per immediate sequentem Pri-  
mum 5. (nec potest enim) sed per 7. divisus, dabit Quotum 11. & ipsius  
Primum.

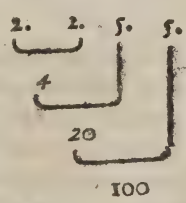
$$\begin{array}{r|l} 462 & 231 \mid 77 \mid 11 \\ 2 & 3 \mid 7 \mid \end{array}$$

Habet ergo datus Compositus quatuor hosce Primos divisores, 2. 3. 7.  
11, ex quibus continuè in se multiplicatis ille ipse efficitur.



Uti igitur ad institutum revertamur, quando lineam propositam di-  
videre placet in 100. particulas equales, prius quarantur primi divisores  
huius numeri: qui tradito modo deprehenduntur esse 2. 2. 5. 5.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 50 \mid 25 \mid 5 \mid 1 \\ 2 & 2 \mid 5 \mid 5 \mid \end{array}$$

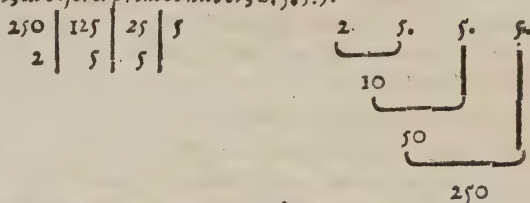


Unde colligo, lineam propositam esse primò dividendam in duas par-  
tes equales; & harum utramvis iterum in duas: & harum quamlibet in 5.  
harum quintarum quamlibet iterum in 5. prout primi divisores ordine sibi  
H 2 succedunt:



succedunt: eritq<sub>3</sub> tota linea in petitas 100. particulas distributa. Ita si eandem distribuere jubeamur in 1000. partes, quasitis prius hujus numeri primis divisoribus, qui sunt 2. 2. 2. 5. 5. 5. fiet primò distributio in duas aequales partes: deinde cujusq<sub>3</sub> iterum in duas, &c. juxta divisorum ordinem: & habebuntur partes petite.

Sic 250. qui numerus pro pedali nostro Instrumento videtur esse commodissimus, divisores primos habet, 2. 5. 5. 5.



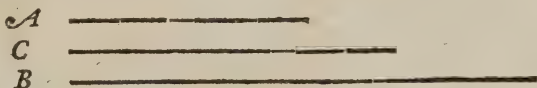
Est ergo dissecenda linea primùm in partes duas: harum unaquæq<sub>3</sub> subdividenda in 5. quæ utroq<sub>3</sub> æque quinariâ ter repetitâ, erit Arithmeticalinea ad usum parata. Quamquam Primorum divisorum ordinem in distribuendo præcisè teneri, nihil est necesse: potestq<sub>3</sub> vel ultimus, vel intermedius aliquis Divisorum primo loco sumi.

Porro ex linea sic distributa excerpatur longitudo primò undecim, deinde 101. talium particularum, & in Instrumenti plano ad latus utraq<sub>3</sub> describatur, & illa quidem in 10. hæc in 100. partes aequales distribuatur. Hæc duas lineas in typo sub literis X. & Z. expressimus: quarum usus in tertiâ notationum parte tradetur.

## 2. Linea Geometrica sub lit. B.

Habet hæc linea similitum planorum homologa latera ab unitate ordinematurali ascendentiâ, quousq<sub>3</sub> libuerit: auctori quidem ad 50. nobis autem, siquidem Instrumenti longitudo patitur, usq<sub>3</sub> ad 100. Fabrica sic est, Quia 100. Quadratus numerus est, cujus radix 10. ergo totam lineam in partes decem aequales dividito: singulisq<sub>3</sub> punctis quadratos numeros, 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. adscribito: vel eadem stellulâ, sive alio caractere, à cæteris discernito, ut in typo factum vides. Habitus jam principalibus numerorum quadratorum lateribus, intermedia veniunt investiganda: quod ratione triplici fieri potest. Primò quidem quia è prop. 19. & 20.

libri 6. & ex 11. & 12. prop. lib. 8. Euclidis constat, plana similia duplices-  
tam habere rationem homologorum laterum, hoc inde consuetarium dedu-  
citur: si tres recte sint continuè proportionales, erit, ut prima recta ad ter-  
tiam, sic prima figura ad secundam similem similiterq. suam. Quare, quan-  
tùm planum datum est augendum, tantùm latus ipsius augeatur, & inter  
idem plani latus, & latus auctum, inveniatur media proportionalis per  
prop. 13. lib. 6. quæ erit aucti plani latus petatum. Reperturus ergo latus  
quadrati dupli ad primum, primi quadrati latus *A*, fac duplum, ut sit  
*B*. jam inter *A*. & *B*. media proportionalis invenitur *C*. cujus quadra-  
tum est duplum ad primum.



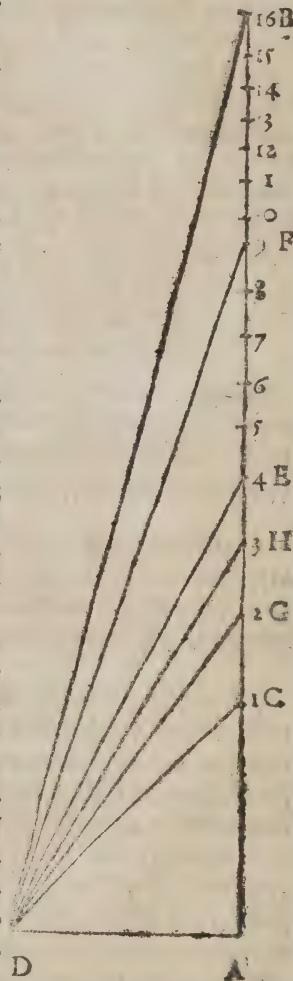
Eadem est ratio reperiendi quadrati ad primum tripli, quintupli, sex-  
tupli, septupli, octupli, decupli &c: Quadrupli autem, noncupli, sedecu-  
pli &c: quadrati latera jam habentur in supra dictis principalibus nume-  
rorum quadratorum punctis.

Ceterum hic modus, etsi geometricus, & in theoria demonstrativus est,  
in praxi tamen lapsui & errori multiplici subjacet, præsertim in majoribus  
quadratis ex primo inveniendis: adhuc ob prolixitatem operationis, ta-  
dio non caret. Qui sequitur, minore pomærio finitur.

Penultima primi lib. Euclidis docet, hanc esse naturam Orthogoniæ  
trianguli, ut  $\alpha\omega\theta\epsilon\lambda\gamma\sigma\alpha$  seu latus oppositum angulo recto aequè possit  
cruribus, hoc est, quadratum hypoteinuse sit æquale quadratis crurum  
simul sumptis. Unde mechanicum est artificium inventionis diametro-  
rum omnium, primam sequentium, è data solius primæ diametri quanti-  
tate continua, tale. Estò diameter primi circuli, vel latus primi quadrati  
(est enim perinde) *AD*. cui æqualis linea *AC*.  $\epsilon\omega\theta\delta\epsilon\delta\epsilon\varsigma$ , sive ad an-  
gulos rectos insistat, & infinitè continuetur, ut sequentium diametrorum  
designationem excipere queat. Deinde termini *C*. & *D*. per rectam *C. D*.  
connectantur, ut triangulum prodeat rectangulum *CAD*. habens crus  
*AC*. unius simplicis quadrati latus, itemq. crus *AD*. simplicis: & ob id  
hypoteinusa seu latus angulum rectum subtiendens *CD*. aequè potens utriq.

ori latus quadrati duplicati. Intervallum porro  $CD$ , transponatur ad lineam infinite continuatam, ex  $A$  in  $G$ , unde connexis  $DG$ . terminis, trigonum prodit, cujus basis  $DG$ , latus suppeditat  $AH$ . quadrati triplicati, quia crura  $AD$ . &  $AG$ . conjunctim, tria prima quadrata suppeditant, illud unum, hoc duo. Sic trianguli  $ADH$ . basis  $DH$ . est latus quadrati ad primum quadrupli: & basis  $DE$ . est quintupli quadrati latus. Perpetuo namq. bases potentia, crurum potentia responder, & quæq. hypotenusa proximè insequentis quadrati latus est. Quæ praxis eodem semper modo continuari potest, præsertim in intermediis non-quadratorum numerorum punctis invenicadis. Nam reliqua cardinalia numerorum quadratorum puncta, ut  $E$ .  $F$ .  $B$ . &c: certius cognoscuntur, si primum latus  $AC$ . paribus intervallis continuetur: prout in structura regule cylindricæ fieri vulgò consuevit: quæ res notior est, quàm ut hîc prolixius exponenda videatur.

Veruntamen & hunc modum secundum, qui sequitur tertius à  $\alpha$  p.  $\beta$  ead. ac certitudine longè superat: qui nititur ope tabule cujusdam vulgò notæ radicum quadratarum: è qua sine negotio radices uniuscujusq. quadrati ab 1. ad 100. exscrib., ductuq. sibi ipsis mille-naria vel centenaria lateris quadrati primi in lineam propositam ordine transferri possunt: qualis ab Erhardo Helm, & Simone Jacobæo, & novissimè à Ioanne Hartmanno Rezero, Doctore Medico, Francof. Reip. servibus ac Mathematicis honoratissimis est proposita: quam in hunc librum, quoad institutum pertinet, abjectis postremis ad dextram notis transferre visum est.





63

Canon laterum quadratorum integrorum,  
ordine ab unitate se consequentium, in partibus  
decies millefimis.

Ordo quadra- torum	Radices singulo- rum quadratorum, posito primo quadrato 10000	Ordo quadra- torum	Radices	Ordo quadra- torum	Radices	Ordo quadra- torum	Radices
1	100	26	510	51	714	76	872
2	141	27	520	52	721	77	878
3	173	28	529	53	728	78	883
4	200	29	539	54	735	79	889
5	224	30	548	55	742	80	894
6	245	31	557	56	748	81	900
7	264	32	566	57	755		
8	283	33	574	58	762	82	906
9	300	34	583	59	768	83	911
10	316	35	592	60	775	84	917
11	332	36	600	61	781	85	922
12	346			62	787	86	927
13	361	37	608	63	794	87	933
14	374	38	616	64	800	88	938
15	387	39	624			89	943
16	400	40	632	65	806	90	949
17	412	41	640	66	812	91	954
18	424	42	648	67	819	92	959
19	436	43	656	68	825	93	964
20	447	44	663	69	831	94	970
21	458	45	671	70	837	95	975
22	469	46	678	71	843	96	980
23	480	47	686	72	849	97	985
24	490	48	693	73	854	98	990
25	500	49	700	74	860	99	995
		50	707	75	866	100	1000

*Precedens*

Præcedens canon quadratorum laterum extructus est assumpto quadrato primo simplici: partium 10000. unde duplum quadratum erit partium 20000. triplum 30000. quadruplum 40000. quintuplum 50000. &c: quorum deinde quadratorum radices queruntur per usitatam analysin. Ut dupli quadrati radix est 141. tripli 173. &c: prout in canone cernitur.

Usus igitur hoc canone ad fabricam geometricæ lineæ, totam initio lineam in aliqua densa charta vel planitie alia descriptam secā in decem æquales partes, siquidem eam centum quadratorum latera continere desideras: quæ decimæ, sunt diametri cardinales, seu maius latera cardinalia quadratorum 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. Porro quælibet decima, vel certe una ex istis, id quod sufficiet, in centum particulas quidem secanda foret: verum quia propter exiguitatem intervalli centenaria sectio nequit institui, fiat sectio in partes 10. & harum decimarum quælibet attentâ oculi æstimatione in decem particulas alias dirimatur.

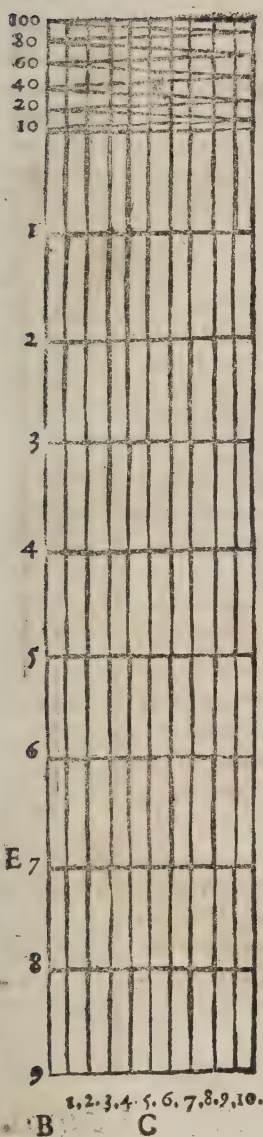
Ut autem inventio singulorum laterum, quæ canonis sit ope, rectius intelligatur, exemplū adscribā unum atq; alterum. Latus secundi quadrati, quod est duplum ad primum, in canone reperitur 141. Quibus numeris innuitur, quantitatem propositi lateris esse longitudinem constantem unâ decimâ totius lineæ, seu una principali diametro, & præterea 41. centesimis ex una decima: quarum centesimarum 40. quidem ex divisa lineâ præcisè accipi queunt: una verò, quæ restat, oculorum æstimationi relinquitur.

Sic triplicis quadrati latus canon suppeditat 173. quæ est quantitas conflata ex una principali diametro, seu una decima totius lineæ: & præterea 73. centesimis unius diametri principalis seu unius decimæ.

Quadrati quarti latus jam antè lineæ inscriptum est, secundo cardinali puncto.

Quinti quadrati latus extat in canone 224. quæ est quantitas, ultra duo cardinalia puncta extendens se ad 24. centesimas unius decimæ, seu unius diametri cardinalis. Sicq; deinceps, quousq; libet, pergendum est. Quanquam si ultra decimam diametrum ascenderis, diametros reliquas ut sigillatim queras, non est opere pretium. Sufficit, quinary divisione progredi, ac interjecta spatia in quinq; partes æquales disperse: Nullus enim error sensibilis hoc pacto committi potest.

Ceterum & hæc, & huiusmodi aliæ divisiones quàm commodissimè simul



simul & exactissime possunt institui per sub-  
 dvisionem transversalem, cujus typum hic  
 damus. Quam rationem Lipsie in adolescen-  
 tia se didicisse profitetur Astrorum consultus-  
 simus ille Tycho Brahe in Astronomie instau-  
 rata Mechanica circa finem: quamq<sub>3</sub>, licet  
 rectilineis parallelogrammis propriam, arcu-  
 bus tamen etiam in instrumentis astronomicis  
 fecit accommodam. Sapienti sat dictum erit,  
 si uno tantum exemplo res declaretur. Inve-  
 stigare jubeamur latus quadrati quinquage-  
 simi quarti, quod canon exhibet 735. Finga-  
 mus, Instrumenti nostri dividendam lineam  
 equari adnotati parallelogrammi lineae AB.  
 Iam parallelogrammum per transversas pa-  
 rallelas secatur in decem partes aequales, ac  
 decima suprema per transversas obliquas se-  
 catur in centum aequales partes ut patet.  
 Hinc ergo excerpturus 735. partes, unum cir-  
 cini crus imposito isti puncto, quod est in  
 septima parallela, ubi linea EF. & DC. se  
 mutuò secant: alterumq<sub>3</sub>, crus rectâ sursum  
 expandas ad literam E. Sic enim habebis  
 magnitudinem petiti lateris, quadrati 54.  
 constantem cardinalibus 7. diametris (quas  
 semper prima ad sinistram nota designat) &  
 praeterea 35. centesimis. Quae ipsa ceterorum  
 quoq<sub>3</sub>, laterum querendorum, & in lineam  
 transferendorum ratio est: modo parallelo-  
 grammi longitudo exactè cum longitudo  
 proposita ad dividendum lineae congruat: la-  
 titudo autem est arbitraria.

## Linea Stereometrica,

sub lit. C.

Ut praecedens Geometrica linea Quadra-  
 I torum,



torum, ita hæc Stereometrica cuborum latera, seu navis spherarum diametros, aut quorumvis corporum similium homologia latera, serie naturali ab unitate, quousque libuerit, ascenduntia continet. Anter quidam continuavit usque ad 140. in nostro verò typo ad 216. usque, sectio hæc est producta: qui numerus verè cubicus est, cuius radix 6. quare totam lineam ad dividendum propositam in sex partes æquales secato: quæ puncta, segmentorum cardinalium intervalla monstrant; quibus assignantur hi numeri cubici, 1. 8. 27. 64. 125. 216.

Ceterum interjecta cardinalibus puncta difficiliore labore *B D C A* quarantur. Oportet quippe primum cubum, duplicare, triplicare &c: atque augere ordine usque ad 216. quæ actio ut in planis effici non potest sine inventionem media proportionalis inter duas rectas propositas, quam inventionem Euclid. lib. 6. prop. 13. nobis tradidit: ita eadem in solidis figuris absolvi nullaratione potest, nisi inter duas rectas datas duæ media proportionales inveniuntur: quod quousque nemo ad hunc usque diem verè ac geometricè præstiterit: tamen mechanicos modos aliquos ex Herone, Apollonio Pergæo, Philone Bysantio &c. Clavius adducit lib. 6. Geom. Pract. cap. 15.

Quod si ergo jam duplicare velis primum cubum; ejus latus *A*. quod dicta cardinali divisione jam obtines, duplica: & inter eadem latus *A*. ac latus duplum *B*. duas medias proportionales *C. D.* reperi: eritque prior media proportionalis *C.* latus cubi duplicati, ex corollario prop. 33. lib. 11. Euclid.

Sic insequentium cuborum querendis lateribus progrediendum, ut nimirum, quantum cubus primus est augendus, tantum ipsius latus unum augeatur, duæque media proportionales inter ista reperiuntur.

Verum & hoc labore omni sublevabit, & viam expeditiorem nobis monstrabit, quæ sequitur, tabula radicum cubicarum, quam isdem, quibus & superiores, autoribus acceptam ferens, quantum ad institutum pertinet, hæc transcribendam duxi.

Can on laterum cubicorum, ordine ab unitate  
 se consequentium, posito cubo primo  
 partium 1000000.

Ordo cu- borum	Radices	Ordo cu- borum	Radices	Ordo cu- borum	Radices
1	100	28	304	6	382
2	126	29	307	7	385
3	144	30	311	8	387
4	159	31	314	59	389
5	171	32	317	60	391
6	182	33	321	61	394
7	191	34	324	62	396
8	200	35	327	63	398
		36	330	64	400
9	208	37	333		
10	215	38	336	65	402
11	222	39	339	66	404
12	229	40	342	67	406
13	235	41	345	68	408
14	241	42	348	69	410
15	247	43	350	70	412
16	252	44	353	71	414
17	257	45	356	72	416
18	262	46	358	73	418
19	267	47	361	74	420
20	271	48	363	75	422
21	276	49	366	76	424
22	280	50	368	77	425
23	284	51	371	78	427
24	288	52	373	79	429
25	292	53	376	80	431
26	296	54	378	81	433
27	300	55	380	82	434

Ordo cub.	Rad. C.	Ordo cub.	Radiv.	Ordo cub.	Radices	Ordo cub.	Radices
83	436	117	489	150	531	184	569
84	438	118	490	151	533	185	570
85	440	119	492	152	534	186	571
86	441	120	493	153	535	187	572
87	443	121	495	154	536	188	573
88	445	122	496	155	537	189	574
89	446	123	497	156	538	190	575
90	448	124	499	157	539	191	576
91	450	125	500	158	541	192	577
92	451	—	—	159	542	193	578
93	453	126	501	160	543	194	579
94	455	127	503	161	544	195	580
95	456	128	504	162	545	196	581
96	458	129	505	163	546	197	582
97	459	130	506	164	547	198	583
98	461	131	508	165	548	199	584
99	463	132	509	166	549	200	585
100	464	133	510	167	551	201	586
101	466	134	512	168	552	202	587
102	467	135	513	169	553	203	588
103	469	136	514	170	554	204	589
104	470	137	515	171	555	205	590
105	472	138	517	172	556	206	591
106	473	139	518	173	557	207	591
107	475	140	519	174	558	208	592
108	476	141	520	175	559	209	593
109	478	142	522	176	560	210	594
110	479	143	523	177	561	211	595
111	480	144	524	178	562	212	596
112	482	145	525	179	563	213	597
113	483	146	526	180	565	214	598
114	485	147	528	181	566	215	599
115	486	148	529	182	567	216	600
116	488	149	530	183	568	—	—



Est autem hujus tabule quæ sequitur inde desumpta. Cubus primus assumitur partium 1000000. Ergo cubus secundus erit 2000000. tertius 3000000. & ita consequenter; è quibus deinde cubis radices extrahuntur, quæ sunt illæ ipsæ, quas canon exhibet; radix nimirum secundi seu duplicati cubi 126. triplicati 144. &c.

Hec autem cubica latera eodem planè modo ex canone transferuntur in lineam propositam, quo superius quadratorum latera describenda esse traditum fuit. Quippe & hic una è principalibus illis sex diametris, in quas totam lineam secandam diximus, dissecitur in particulas æquales decem, & quævis decima in decem alias dirempta concipitur. Vel potius una ex iisdem principalibus sex diametris ope parallelogrammi supra traditi in 100. particulas actû subdividitur: hincq; singulorum cuborum principalibus interjectorum latera lineæ stereometricæ imprimenda depromuntur.

Veruntamen quia in pedali nostro Instrumento spatia punctis interjecta, nimis evadunt angusta, si ultra centesimum cubum ascendas: reliqua ultra centesimum puncta non omnia sunt imprimenda: sed secundum quodq; vel plura etiam omittenda.

## Linea Metallica, lit. D.

Sic appellare visum est Autori lineam hanc, quia metallicorum corporum ad invicem proportionem continet. Quamquam in usum atq; gratiam Bombardariorum, lapidis quoq; ad metalla proportio ibi designatur: ita quidem, ut sphaerarum æque ponderantium è singulis hisce confectarum diametri ibidem exprimantur.

Hujus divisionis inventio diversimodè potest institui. Nam è singulis metallis vel globi conficiuntur ejusdem planè magnitudinis: vel per unum idemq; foramen ducuntur longitudinis ejusdem fila. Horum vel globorum, vel filorum pondera explorata, metallorum ad invicem proportionem ostendunt.

Quod si globos ejusdem planè magnitudinis habere non potes, reduces eos ad idem pondus, per ea, quæ problem. 15. tradidit Autor: ac deinde æque ponderantium globorum diametros in stereometrica lineâ inter se conferas. Exempli causa; sunt globi, plumbeni 30. librarum, & ferreus librarum 25.

Iam ferrei globi diameter in stereometrica translata linea, statuatur inter 25. 25. & Instrumento non moto, indidem excipiat in interstitium 30. 30. quod est diameter globi ferrei 30. librarum. Habitis ergo utriusq. globi aequipondus diametris, eas in linea stereometrica invicem conferre, & proportionem exquirere metallorum istorum, difficile non est.

Cognoscitur autem hac proportio metallica vel directè, per numerum ponderis, quando globi sunt aequales magnitudine: vel inversè per diametros in stereometrica translata, quando globi sunt aequoponderantes quidem, at magnitudine inaequales.

Ut si fiat aurea pila, fiat item cuprea, eidem equalis; auream pilam ponderare duplum cupreae, directè invenes. Inversè autem eandem duplam auri puri ad cuprum proportionem deprehendes, si conficias ex utroq. metallo pilas aequoponderantes. Nam si diametrum aureae pile in Stereometricis lineis statuas inter 1. 1. cupreae diametrum congruere videbis ad 2. 2. non quod cuprum sit duplum ad aurum, sed contrà hoc ad illud. Quae eadem in ceteris metallis est ratio.

Sic aurum ad argentum ratione ponderis est, ut 100. ad 60. seu contractis terminis, ut 5. ad 3. quae ratio superbuertia est: ut autor noster prodit problem. 22. Quamquam Lazarus Ercker, Metallicarum rerum sapientissimus olim in Bohemia praefectus, in libro, quem de metallicis rebus edidit germanicè, fol. 60. b. deprehendisse se scribit, aurum purum ad argentum purum esse, ut 405. selibras (vulgò Marcas appellant) & 8. semuncias, ad selibras 227. semuncias 4. Cumq. selibra constet 16. semunciis, erit illa ratio 6483. ad 3636. vel si contractio fiat ad primos & minimos inter se, 1622. ad 909. quae est proportio  $1\frac{71}{909}$  Hinc ut claro & peritissimo artifice fidem non abrogaverim. Hisce praecognitis, facile etiam, quae sit argenti ad cuprum ratio, cognoscetur per ea, quae Ramus lib. 2. Arith. cap. 3. de conjunctionum numeratione tradit. Nam si ratio 909. ad 1622. quae est argenti ad aurum, componatur cum ratione 2. ad 1. auri ad cuprum, multiplicatis & antecedentibus & consequentibus inter se, & facta terminorum alternorū contractione, prodibit ratio argenti ad cuprum, videlicet 909. ad 800. quae est proportio  $1\frac{109}{800}$ .

Porrò auri ad plumbum ratio est 20. ad 13. quae est proportio superpartiens decimastertia. Quare per compositionem rationum, plumbum

77

bum ad argentum erit, ut 105. ad 43. ad 9090. siue (in minoribus, & equivalen-  
tibus prope terminis) ut 115. ad 91, item  $\frac{3}{4}$  plumbum ad cuprum erit, ut 13.  
ad 19.

Præterea aurum ad ferrum est, ut 12. ad 5. Ergo ferrum est ad argen-  
tum ut 81. ad 109 (hoc est, ferè in subsequeutertia proportionè, ut 3. ad 4.)  
item ferrum ad plumbum, ut 25. ad 39. (que ratio est admodum vicina ei,  
quam Rivius habet in Architectura sua germ. ubi dicit, ferrum ad plum-  
bum esse in subsequaltera ferè proportionè, ut 19. ad 30.) Tandem ferrum  
ad cuprum, ut 5. ad 6. quæ proportio subsequeutina est.

Postremo aurum ad stannum est, ut 50. ad 21. & consequenter per  
compositionem huius & antecedentium rationum, erit ratio stanni ad ar-  
gentum, 5677. ad 7575. item stanni ad plumbum 42. ad 45. stanni ad cu-  
prum 21. ad 25. deniq; stanni ad ferrum ratio est 26. ad 125.

Hæc metallorum ex autoribus desumptas, ad partem etiam experi-  
mento proprio cognitâs proportionès, non omnino præcisas & accuratas esse,  
do lubens; nec idmirum. Est enim, ut ex peritissimis harum rerum cogno-  
vi sapiens, metallorum purorum (de quibus hic unicè loquimur) non ad se  
mutuo tantum, sed & in suo cuiusq; genere aliqua ponderis discrepantiæ;  
sic ut aurum auro, plumbum plumbo gravius leviùsve deprehendatur, ut-  
at magnitudine conveniant. Quin & metallum cussum fuso metallo præ-  
ponderat: cum ejus partes cadendo longè magis, quam fundendo coarctent-  
tur, & solidius cœant. Ergo frustra hic accipietur quæ si veris.

Lapidum verò diversitas longè, quàm metallorum, est major. Sunt  
enim bibuli quidam, quos arenarios vocant: sunt alii solidiores, & hi ipsa  
inter se soliditate discrepantes. Prodidit autem in Architect. sua Rivius,  
esse ferrum ad vulgarem lapidem, ut 38. ad 15. siue ut 100. ad 40. ferè. Aliter  
et A. Romanus. Ferri (inquit) ad lapidem ejusdem magnitudinis, ratio in  
pondere ferè est, quæ 100. ad 30. vel 32. Feci & ipse periculum huius rei, &  
exactè collatis duarum Argenteratensis armamentarii sphaerarum bom-  
bardicarum diametris, cognovi, ferrum ad lapidem obtinere rationem 100.  
ad 32. eam videlicet ipsam, quam ex A. Romano modo adduxi. Consta-  
bat autem ferrea quidem 66. libris & 6. semunciis: lapidea verò 4. centum-  
pondiis, 31. libris cum dimidia. Unde quæ sita diameter lapidea spha-  
iridem 66. lib. & 6. semunc. continebat particulas aequales 100. talis, qua-  
lium diameter ferrea erat 68. vel quod excurrit. Quæ ratione 100. ad 68.  
triplicata, hoc est, ter positâs ejus rationis terminis, & invicem multiplica-  
tis, pro-



sis, prodibit ratio, quam dixi 100, ad 32. ferè: qua retentâ, lapis ad aurum rationem habebit 8. ad 75. deinde ad argentum 13. ad 68. tum ad plumbum 32. ad 195. item ad cuprum 16. ad 75. deniq, ad stannum 16. ad 63.

Placuit auctori, Parium quoq, lapidem seu marmor precedentibus adjicere, cujus ad metalla proportionem in Instrumentis, auctoris ductu fabricatis ( nec enim aliunde licuit ) invenio hanc, quod auri respectu sit in ratione 31, ad 200. ac proinde respectu argenti 167. ad 606. plumbi 31. ad 130. supri 31. ad 100. ferri 93. ad 250. stanni 31. ad 84. vulgaris deniq, lapidis 93. ad 64.

Ceterum ut hæc Instrumento commodius inscribantur, oportet, ut repperas metallorum lapidumq, discretas proportionem mutemus in continuas, que sic sunt.

Aurum ratione ponderis habet se ad eisdem magnitudinis	plumbum	} ut 100, ad {	65
	argentum		56
	cuprum		50
	stannum		42
	ferrum		41 $\frac{2}{3}$
	marmor		15 $\frac{1}{2}$
	lapidem vulg.		10 $\frac{2}{3}$

Iam quomodo ex hac tabella, puncta metallicarum proportionum in lineam propositam transferenda sint, exemplo uno atq, altero dilucidum reddam.

Prima diameter auri est, que quamvis pro arbitrio quantacumq, potest assumi: tamen in typo, quem ere expressum damus, diameter assumpta est globi pendentis decem libras Argenteratensis: illud videlicet interval- lum, quod inter Instrumenti centrum & punctum Au. intercipitur: unde relique diametri etiam ibidem designata, quippe globorum æquiponderantium, totidem libras significant. Quod idè factum, ut regulam spherometricam eò possimus expeditius instituere, per ea, qua supra probl. 24. sunt ab Autore tradita. Nec reductio ad aliorum locorum usitatam ponderis rationem difficilis erit, ut infra, parte 3. monstrabitur.

Constituta prima diametro, secundam, que plumbi est, inveniemus hoc pacto. Quoniam aurum est ad plumbum, ut 100, ad 65. sumatur ergo  
diameter

diameter auri di. 65. 402. stereometrica transverse statuatur inter 65. 65. atq; sic non moto Instrumeto, undem excipiat transuersum spatium punctum 100. 100. quod est diameter globi plumbei in Metallicas lineas transferenda.

Diameter argentei globi reperitur itidem, si diameter auri statuatur in stereometrica transverse inter 56. 56. excipiat q; spaciū 100. 100. Atq; sic in ceteris semper auri diameter in stereometricis lineis est accommodanda transverse ad numerum ponderis, quod auri respectu tenet metallum propositum, & immoto Instrumeto ex isdem stereom: excipienda distantia inter 100. 100. atq; in Metallicas transferenda.

Quod si non sint in promptu stereometrica linea, uti licet hac ratione. Diameter auri duplicetur, duplicata in 200. particulas aequales dividatur, & ex appposita tabella singule diametri in talibus particulis aequalibus deprompte arithmeticarum linearum ope transferantur in Metallicas linea.

Sphararum aequponderantium diametri in particulis aequalibus.

Aurum	100
Plumbum	115
Argentum	122
Cuprum	126
Stannum	133
Ferrum	134
Marmor	186
Lapis vulg.	211

Est autem hac tabella confecta ope superioris canonis radicum cubicarum. Nam radix centesimi cubi 464. multiplicatur per 100. particulas aequales: & factus 46400. semper dividitur per radices singulis ponderibus metallicis auri respectu competentes. Ut, inventurus diametrum sphaerae plumbeae, factum illum divide per 402. quae est radix 65. cubi: Quotus 115. est globi plumbei aureo aequponderantis diameter. Est enim talis analogia: Ut se habet cubi 65. ti radix 402. ad cubi centesimi radicem, 464. ita se habent aequalis particulae 100. ad 115. Sic in ceteris.

Punctis jam impressis omnibus vel ha notae, au. pl. ar. cu. st. fe. mar. sa. vel etiam characteres planetarum singulis metallis praefici solitorum adscribantur. Tribunt autem auro Solem, plumbo Saturnum, argento Lunā, cupro Venerem, stannum Jovē, deniq; ferro Martē. Caelius lib. 1. cap. 18.

# Linea Polygraphica,

cum lit. E.

Ex iis lineis, quas Instrumeto facies altera capit, offerunt se primò

K

Polygraphicae,

polygraphice, sic ab Autore d. Et quòd earum ope polygona regularia super quavis proposita linea describere liceat. Habet enim impressos sibi radios peripheriarum petitis figuris circumscriptibilium. Quorum inveniendorum duplicem trademus rationem, linealem unam, alteram numeralem.

Oportet autem omnium primò constituere, quot polygonorum talium radios propositæ lineæ velis inscriptos. Sit propositum, ad vigintia angulum usq; venire. Nec enim in architectura militari & usu communi, cui potissimum hoc servit Instrumentum, facile longius proceditur. Cumq; viginti-anguli latus è toto circulo subtrahat gradus 18. tota linea dividenda describatur in aliqua planitie, eidemq; æqualis alia annectatur, quæ cum ea constituat angulum 18. graduum. Jam hæc duo anguli crura basi conjungantur, quæ basis est radius circuli sexangulo circumscriptibilis, atque adeò ejusdem latus, ut patet è corollario prop. 15. lib. 4. Euclid. Porro supra hanc ipsam basin (prius lineæ impressæ, adjuncto numero 6.) describantur petite figuræ æquilateræ & æquiangulæ, ut triangulum, quadrangulum, quinquangulum &c. eo artificio, quod à C. Clavio traditur sub finem scholiorum in 4. librum Euclidis, repertiq; figuris singulis singuli circuli circumscribantur, quorum radii sive semidiametri sunt in lineam nostram polygraphicam transferende.

Verum longè certius & exactius hæc alitero modo numerali perficiuntur, qui sic habet. Assumatur lineæ quedam, arbitraria longitudine, quæ sit latus sexanguli ordinati, quæ cogitetur esse 1000. particularum æqualium: & in talibus particulis investigentur radii circulorum circumscriptorum reliquis petitis figuris regularibus, supra lineam assumptam descriptis. Quod quò fieri queat, prius ope canonis sinuum indagandum est, quæ sit in singulis illis figuris proportio inter latus & circumscripti circuli radium, seu sinum totum 100000. Et quia latus ordinati multanguli est subtensa arcus proportionati, (ut quinquanguli latus est subtensa quintæ partis circumscriptæ peripheriæ: sexanguli sextæ: centanguli centesimæ) igitur arcus dimidiatus (nam integro in tabulis opus non est) in Sinu canonis sinum exhibet, qui duplicatus subtensa est arcus propositi, seu latus multanguli quesitum.

Latus ergo inscripti Trianguli æquilateri est subtensa tertie partis, circumscriptæ peripheriæ: nimirum subtensa arcus graduum 120. si circulo 360. dentur gradus. Dimidiatus arcus, nim. 60. in tabula rectorum sinuum exhibet sinum 86603. qui numerus ejusmodi partes denotat, quantum radius vel semidiameter continet 100000. Sinus hic duplicatus motus



78

fra arcus propofui fubtenfam, nimirum 173206. Et hæc fubtenfa latus eft inſcripti peripherie trianguli, poſito videlicet radio partium 100000.

Porro quadranguli inſcripti arcus eft grad. 90. (Nam quater additi 90. gradus, integrant peripheriam gradibus 360.) Dimidiatus hic arcus, nimirum grad. 45. ſinum rectum habet 70711. qui duplicatus dat fubtenſam arcus graduum 90 ſeu latus quadranguli 141422.

Quinquanguli inſcripti arcus eft gr. 72. cujus medietas 36. gr. exhibet ſinum 58779. qui duplicatus dat fubtenſam arcus grad. 72. ſeu latus quinquanguli 117558.

Sexanguli inſcripti arcus eft grad. 60. Dimidiatus grad. 30. cujus ſinus 50000. qui duplicatus, eſt latus ſexanguli, coincidens cum radio, 100000.

Septanguli inſcripti arcus eſt graduum 51. cum tribus ſeptimis ſive 25. ſcrupulis primis, & 43. ſecundis. Hujus medietas grad. 25. ſcrupulo prima 42. ſecunda 51. dat ſinum 43388. qui duplicatus, eſt latus ſeptanguli 86776.

Octanguli arcus graduum 45. dimidiatus 22. grad. cum dimidio, dat ſinum 38268. cujus duplum 76536. eſt latus octanguli.

Nonanguli latus ſubtendit gradus 40. cujus medietas 20. grad. exhibet ſinum 34202. qui duplicatus, eſt nonanguli latus 68404.

Decanguli arcus 36. grad. dimidiatus 18. grad. habet ſinum 30902. qui duplicatus, eſt latus decanguli 61804.

Undecanguli inſcripti arcus eſt graduum 32 cum octo undecimis, ſeu ſcrupulis primis 43. ſecundis 38. Dimidiatus arcus grad. 16. ſcrup. prim. 21. ſecund. 49 exhibet ſinum 28173. cujus duplum 56346. eſt latus undecanguli.

Duodecanguli arcus 30. grad. dimidiatus 15. grad. dat ſinum 25882. cujus duplum 51764. eſt latus duodecanguli.

Tredecanguli arcus eſt 27. grad. cum 9. decimiſtertis, ſeu ſcrupulis primis 41. ſecundis 32. Dimidiatus hic arcus grad. 13 ſcr. prima 50. ſecunda 46 ſinum exhibet 23931. qui duplicatus 47863. eſt latus tredecanguli.

Quatuordecanguli arcus eſt graduum 25. ſcr. 42. ſecund. 51. Cujus dimidium grad. 12. ſcr. 51. ſec. 25. dat ſinum 22252. cujus duplum 44504. quatuordecanguli latus eſt.

Quindecanguli arcus eſt graduum 24 qui biſectus, eſt graduum 12. cujus ſinus 20791. duplicatus, eſt quindecanguli latus 41582.

Sedecanguli arcus eſt 22. grad. 30. ſcr. Cujus medietas 11. gra. 15. ſcr. dat ſinum 19509. qui duplicatus, eſt ſedecanguli latus 39018.

Septendecanguli arcus est graduum 21. cum 3. decimis septimis, sive scrupulis primis 10. secundis 35. Dimidiatus arcus gr. 10. pr. 35. sec. 18. dat sinum 18375. cujus duplum 36750. septendecanguli latus est.

Octodecanguli arcus est graduum 20. cujus medietas grad. 10. dat sinum 17365. qui duplicatus 34730. est latus octodecanguli.

Novendecanguli arcus est graduum 18. cum 18. decimis nonis, quae faciunt 56. prima, 55. secunda scrupula. Dimidiatus arcus grad. 9. pri. 28. sec. 29. dat sinum 16459. qui duplicatus 32918. est latus novendecanguli.

Vigintanguli denique inscripti latus arcum subtendit graduum 18. cujus medietas grad. 9. dat sinum 15643. qui duplicatus 31286. vigintanguli latus est.

### Summa calculi.

Numerus laterum vel angulorum	Latera planorum ordinatorum, posito circumscripti circuli radio 100000.
3	173205
4	141421
5	117557
6	100000
7	86776
8	76536
9	68404
10	61803
11	56346
12	51764
13	47863
14	44503
15	41582
16	39018
17	36750
18	34729
19	32918
20	31286

Inventis jam viginti planorum regularium lateribus in partibus talibus, qualium radius circumscriptorum circulorum est 100000. porro eorundem circumscriptorum circulorum radii sunt investigandi in partibus talibus, qualium unumquodq<sup>3</sup> figurarum istarum latus ponitur esse 1000. ad hunc modum, si fiat, ut latus propositæ figure in antecedente tabella, ad radium 100000. ita latus datum 1000. ad aliud. Ut inventurus circuli triangulum circumscribentis radium in lateris partibus millesimis, institues talem analogiam: Ut se habent 173205. (hunc enim numerum triangulari lateri competere, vides in antecedente tabella) ad radium 100000. sic latus datum 1000. ad radium 577. Fractiones enim citra sensibilem errorem omitti possunt. Sic in quadrangulo: ut 141421. ad 100000. ita 1000. ad 707. Eodémque pacto ceteris in figuris semper 100000000. (qui est factus à duobus radiis 1000. & 100000.) dividatur per latus figure propositæ ex precedente tabella excerptum: cujus supputationis summam adjuncta tabella complectitur.

Numerus laterum vel angu- lorum	Radii circulorū figuris circūscri- ptorū, posito cu- iusq <sup>3</sup> lateris 1000
3	577
4	707
5	850
6	1000
7	1152
8	1307
9	1462
10	1618
11	1775
12	1932
13	2089
14	2247
15	2405
16	2563
17	2721
18	2879
19	3038
20	3196

Ex hac itaq<sup>3</sup> tabella radios omnes in propositam lineam translaturus, accipito primum arbitrariam longitudinem radii sexangularis, eamq<sup>3</sup> in aliquo plano exactè dividito in partes 1000. æquales, hoc est, primo in 10. deinde harum decimarum unam in alias particulas 100. per transversarias lineas, ratione ea, quæ suprà fol. 65. fuit exposita: indeq<sup>3</sup> singulos radios excerptos in propositam instrumenti lineam transferto.

Verum si volueris, vigintangulari radium præcisè in extremitatem incidere lineæ propositæ, (id quod ista ratione, assumpto arbitrario sexanguli radio fieri vix potest) oportet, ut totam lineam divides in partes 3196. æquales, utpote qui numerus vigintangulari radio è superiore tabella competit. Atqui hoc perdifficile est, cum huius numeri divisores primi sint 2. 2. 2. 799. Quapropter sumatur alius eidem vicinissimus, qui est 3200. cujus divisores primi sunt 2. 2. 2. 2. 2. 2. 5. 5. ac proinde lineæ per eum commodè dividua.



Ut autem es hoc labore te sublevem, dabo singulos radios in partibus talibus, qualium vigintangularis radius 1000. continet. Unde totam Instrumenti lineam in aliquo plano divides in 1000. partes aequales, indeq; singulos radios ope sequentis tabellae desumptos in Instrumentum transferes, usus parallelogrammi compendio supra fol. 65. tradito. En tabellam, cujus conficiendae rationem exemplo declarabo. Triangularis radius in tabella superiore est partium 577. talium, quales sexangularis habet 1000. Atqui volo eundem in talibus, qualium vigintangularis est 1000. Ergo sic ratiocinare: Ut se habent 3196. (vigintangularis radius in superiore tabella) ad 577. (triangularem radium ibidem) ita se habent 1000. (radius vigintangularis modo assumptus) ad 180. Atque sic in ceteris etiam singuli ex superiore tabella radii multiplicantur per 1000. factiq; per 3196. radium vigintangularem dividuntur,

Numerus laterum vel angularum	Radius circuli figuris circumscriptorum, posito radio vigintangulari 1000.
3	180
4	221
5	266
6	313
7	360
8	409
9	457
10	506
11	555
12	604
13	654
14	703
15	753
16	802
17	851
18	901
19	950
20	1000

## Linea Tetragonica, lit. F.

Tetragonica, quam latine Quadratricem non inepte dixeris, inde nomen obtinuit ab Autore, quod ejus ope τετραγωνισμός sive Quadratura cum circuli, tum regularium planorum, & consequenter eorum reductio ad se invicem absolvitur. Habet enim inscripta latera & semidiametrum circuli figurarumq; rectilinearum aequalium: Cujus inventionis ratio nunc tradenda venit.

Ac ut initio de circulo dicamus, etsi cuilibet rectilineo in triangula resoluta aequale constitui possit rectangulum, tum oblongum per prop. 42. lib. 1. tum quadratum per prop. 14. lib. 2. Euclid. tamen qui circuli apodicticam & omnino accuratam quadraturam invenerit, in hunc usque diem, quamvis multi conati, multi etiam Archimedeus illud evagante ingemina-

ingeminaverint, inventus nemo fuit, nec invenietur unquam. Quadratura enim apodictica (si daretur) è proportionem diametri ad circumferentiam tota dependeret: cum jam Archimedis, de circuli dimensione propositionem primam, area cujusque circuli sit equalis triangulo rectangulo, cujus unum quidem latus circa rectum angulum semidiametro circuli, alterum verò circumferentie ejusdem circuli est equalis. Atqui diametri hæc ad circumferentiam proportio nulla datur: cum proportio, è def. 3. lib. 5. Euclid. sit duarum magnitudinum ejusdem generis mutua quedam secundum quantitatem habitudo: Recta verò linea & obliqua non sub eodem proximo genere comprehenduntur: sed constant naturæ diversissima: quippe illius omnes, etiam minime partes rectæ sunt: hujus omnes obliquæ. Nec per  $\epsilon\phi\alpha\gamma\mu\omega\sigma\tau\upsilon$  & applicationem sensibilem obliquæ lineæ rectis lineis æquari possunt geometricè seu accuratissimè, id quod in apodictica circuli quadratura requiritur. Et quamvis Lunulares figuras verè quadrare, Hippocrates Chius docuerit: anguli etiam Lunulares rectilineis æquari possint, ut Pappus apud Proclum in axioma de angulis rectis tradit: tamen hæc æquatio, curvature quadam compensatione fit: qualis compensatio in aliis præter Lunulares angulis, ut sistrocoidibus & pelecoidibus (quibus circuli cavitæ maximè affinis est) fieri nulla potest: proindeq; circulo equalis rectilineum efformari naturæ nequit.

Cum ergo præcisionem hinc attingi, & circumferentie ad diametrum veram proportionem indagari nequaquam posse Archimedes cerneret: propinquam saltem collatione majorum & minorum exquirere atq; demonstrare, ad opera mechanica satis esse judicavit. Nam perimetrum figure 96. laterum circumscriptæ invenit esse triplam diametri, & præterea non planè sesquiseptimam: cumq; inscripti circuli circumferentia circumscripti nonaginta sex anguli perimetro, quippe contentum continente, minor sit, inde conclusit, inscripti circuli circumferentiam ad diametrum esse triplam, & adhuc paulò minorem, quàm sesquiseptimam. Contrà perimetrum nonaginta sex anguli circulo inscripti reperit esse triplam & plusquam superdecupartientem septuagesimas primas. Unde collegit, circumscripti circuli circumferentiam ad diametrum esse triplam, & præterea paulò majorem, quàm superdecupartientem nonagesimas primas: cum circumferentia circuli circumscripti, perimetro inscripti multanguli, ut pote continens contento, major sit. Adeo ut proxima diametri ad circumferentiam ratio, sensibus aliquomodo satisfaciens, interjecta sit inter triplam sesquiseptimam,

*nam, & triplam superdecupartientem septuagesimas primas. Et quia ultra triplam excessus paulo minor erat sesquiseptimâ, longè autem major sesqui-octavâ, ideo sesquiseptimam cetera viciniorè assumit, quæ est ratio 22. ad 7.*

*Ceterùm proportionem hac Archimedea longè accuratiorem C. Clavius in fine comment. ad 6. lib. Eucl. ehm<sub>3</sub> secutus I. Hartmannus Beyerus in Stereometria sua è canone sinuum invenerunt. Omnium verò conatum Ludolphus à Collen superavit, qui in libro de circulo belgicè edito, cap. 11. è surdis numeris admodum propinquam proportionem diametri ad circumferentiam invenit esse paulo minorem, quàm 1000000000000000000. ad 314159265358979323847. & paulo majorem, quàm 10000000000000000000. ad 314159265358979323846. Quamquam ad institutum nostrum sufficiet, rejectis posterioribus priores tantùm ad sinistram quinque notas retinere, juxta quæ ratio diametri ad circumferentiam est 10000. ad 31416. quæ circuli tetragonismus perficitur etsi non accuratissimus, ita tamen ad metam propè collmans, ut figurarum sic æquatarum areas mechanicus accurato etiam instituto examine, non possit inæquales deprehendere.*

*Cùm ergo, ut ex Archimedea demonstratione constat, area circuli æquetur triangulo, cujus unum latus circa rectum est semidiameter, alterum circumferentia circuli: sequetur per 42. prop. libri 1. Euclid. multiplicatâ semidiametro per semicircumferentiam, aream circuli prodire. Esi itaq; quadrandi circuli diameter 10000 cujus dimidium 5000. multiplicetur per semicircumferentiam 15703. Factus 78515000. est area circuli, cujus radix quadrata 8861. est latus quadrati dato circulo æque capacis, in partibus talibus, qualium circuli radius est 5000. Sin major radius circulare in talibus partibus, qualium latus æqualis quadrati est 100000. (in quolibus partibus etiam ceterarum figurarum regularium latera quærentur) instituo talem analogiam: ut 8861. ad 5000. ita quadrati latus 100000. ad æqualis circuli radius 56427.*

*Porro rectilinearum figurarum, dato quadrato radicis 100000. æqualium latera non possunt inveniri prius, quàm earundem area reperiantur, posito cujusq; latere 100000. Quamvis autem omne triangulatum multangulum è suis triangulis mensuram capiat: tamen in ordinatis hisce multangulis compendium quoddam est. Quia enim area cujuslibet figure regularis æqualis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figura in latus unum ducta, & sub dimidiato ambu ejusdem figura, ut Clavius lib. 7. geom. pract. prop. 2. demonstrat, ideoq; semissis ambitus figura mul-*

*tiplicetur*



tiplicetur in perpendicularem à centro figuræ ad unum latus cadentem. Numerus enim productus, erit area figuræ. Perpendicularis autem illa in singulis figuris reperitur ex canone sinuum, si fiat, ut 100000. sinus totus ad Tangentem semissis anguli figuræ: ita 50000. semissis lateris (totum enim latus 100000. in singulis figuris assumpturos nos diximus) ad istam perpendicularem. Supputationis summam adjuncta tabella continet, ad vigintiangulum usque extensa. Nec enim plurium figurarum latera instrumenti angustia facile capiet.

Numerus laterū vel angulorū	Perpendicularis à centro figuræ in latus, posite cuiusq; latere 100000.
5	68819
6	86603
7	103829
8	120711
9	137373
10	153883
11	170285
12	186602
13	202862
14	219066
15	235234
16	251368
17	267475
18	283561
19	299641
20	315698

Omissum est hic trianguli quadratiq; perpendicularum, eò quòd ipso-  
rum geodesia facilis, quàm cæterarum figurarum absolvitur. Nam in  
triangulo quidem perpendicularis à vertice in latus demissa 86602. si per  
lateris semissem 50000. multiplicetur, prodit ejus aream 4330100000.  
Quadrati verò area habetur, ejus latere in se ipsum ducto: estq; 1000000000.  
Sequentium autem polygonorum areæ prodeunt, si perpendiculares in su-  
periore tabella notatæ multiplicentur per dimidiatum ambitum. Ut in  
quinguanulo, quia latus unum est 100000. ergo totus ambitus erit 500000.  
cujus semissis 250000. multipl. cata per quinguanuli perpendicularem  
68819. dat ejus aream 17204750000. Quæ & in cæterarum figurarum  
areis investigandis est ratio. Calculi summam tabella subjecta continet,  
in qua idèò majores numeros adhibuimus, ut ad scopum exactius collima-  
remus, id quod in minoribus numeris fieri non potest: quanquam & in ma-  
joribus his absoluta præcisio nequit haberi. Quod si cui placet hosce nu-  
meros minores facere, debita tamen proportionem retenta, quot cyphras de  
assumpto latere tollit, totidem paria cypharum auferat ex areis figurarum.  
Ut si latus trianguli facias 1000. abjectus nimirum duabus cyphris: ejus-  
dem area erit 433010. videlicet abjectis cypharum paribus duobus.

*Cognitis nunc areis polygonorum datorum, assumpto cujusq; latere eodem 100000. inde etiam facile latera ipsorum eruentur, assumptâ singulorum unâ eademq; areâ 1000000000. hoc modo. Fiat, ut area figura similis, latus habentis 100000. deprompta ex precedenti tabula, ad aream figurae proposita: sic 10000000000. quadratum lateris 100000. ad aliud. Productus enim numerus erit quadratus lateris quasiti. Ejus ergo radix quadrata latus quesitum exhibet. Nam ita est area ad aream similis figurae, ut quadratum lateris ad quadratum lateris; eo quod utrobique sit ratio laterum homologorum duplicata, per 20. prop. lib. 6. Euclid. Exempli causâ, trianguli equilateri 10000000000. latus per hanc analogiam invenitur: Ut se habent 4330100000. (area triangularis è superiore tabella) ad 10000000000. (aream propositi trianguli) sic habent se 10000000000. (quadratum lateris 100000) ad quadratum 23094154869. cujus radix 151967. est quesitum latus trianguli propositi. Quo pacto ceterorum quoque polygonorum latera queruntur, quae quidem subsequenti tabula exhibentur.*

*Ex hac porro tabella singulorum polygonalium laterum quantitatem in Instrumentum tralaturus, assumas initio quadrati latus arbitraria longitudine, idq; in plano quodam in partes aequales 1000. seces: vel potius, in decem primo partes: deinde unam ex his decimis in centum alias, per transversarias illas parallelogrammi suprâ descripti sectiones. Hinc excerpas latera polygonorum è proposita tabella, omissis tamen duabus postremis ad dextram natis, quas virgulâ sejunctas cernis, ita quidem, ut, si sejuncta illa nota superant 50 prois unitas adjiciatur numero vel quo. Ut in Undecanguli latere 32676. decurtando, retinentur 327. cum abjecte nota 76. ultra medietatem centenarii progrediantur.*

Numerus lat. vel angulorū	Area polygonorū posito singulorū latere 100000
3	4330100000
4	10000000000
5	17204750000
6	25980900000
7	36340150000
8	48844000000
9	61817850000
10	76941500000
11	93656750000
12	111961200000
13	131860300000
14	153346200000
15	176425500000
16	201094400000
17	227353750000
18	255204900000
19	284658900000
20	315698000000

*Trianguli*

Trianguli	1519,67
Quadrati	1000,00
Quinquanguli	762,39
Sexanguli	620,40
Septanguli	524,57
Octanguli	455,09
Nonanguli	402,20
Decanguli	360,51
Undecanguli	326,76
Duodecanguli	298,86
Tredecanguli	275,39
Quatuordecanguli	255,37
Quindecanguli	238,08
Sedecanguli	222,99
Septendecanguli	209,72
Octodecanguli	197,95
Novendecanguli	187,43
Vigintanguli	177,98

cujus area est 1000000000. latus.  
earundem partium est

Deniq, circuli, cujus area est 10000000000. radius sive semidiameter in iisdem partibus est 564,27, ut è superioribus constat.

Ceterum ut maximum ex his latus, quod trianguli est, incidat in ipsam extremitatem linea dividenda (quod alias assumpto arbitrario quadrati latere fieri nequit) oportet, ut habeantur ista latera omnia in partibus talibus, qualium triangulare latus continet 100000.	Figura æquæ capaces	Latera earundem	Figura æquæ capaces	Latera earundem
Quod assequemur, si fiat, ut	3	1000,00	12	196,66
151967. (latus triangulare superioris tabelle) ad singula	4	658,04	13	181,22
polygonorum latera ibidem	5	501,68	14	168,04
	6	408,25	15	156,67
	7	345,19	16	146,74
	8	299,47	17	138,00
	9	264,66	18	130,26
	10	237,25	19	123,34
	11	215,02	20	117,12

Deniq, circuli æquæ capitis radius (quicadit inter sexanguli & septanguli latera) est 371,31. L 2 posita:



posita: sic 100000. (modo assumptum triangulæ latus) ad 10000. Prode-  
ctus enim numerus petriam latam in petris partibus arguet. Per hanc ana-  
logiam præmissa tabella fuit extracta: qua usus totam Instrumenti li-  
neam in quodam plano divides in partes 1000. & ope parallelogrammi, ut  
jam sæpius est monitum, latera singula inde in Instrumentum transferas,  
cadetq; trianguli latus in proposita linea extremitatem, cui ternarium, ut  
& reliquorum laterum punctis suos cuiq; numeros adscribito: circularis  
autem radii puncta circellis includito, ad hunc modum ☉ ☉ & erit ad  
usum parata linea Tetragonica.

### Paraleipomenon ad Metallicam lineam.

Cum ea, quæ suprâ fol. 69. & seqq. de metallica linea differuimus,  
prælo jam essent expressa, monitu D. Georgii Henischii, Medici ac Ma-  
thematici Augustani Clariss. incido in Ioan. Bodini ea de locum, quem,  
non possum facere, quin omisiss ad institutum non pertinentibus adscribam.  
Sic autem ille lib. 6. de Repub. sub finem capituli tertii: Corpus æris du-  
plo capacius est & ratio ad aurum eadem, quæ 1. ad  $2\frac{1}{8}$  sive 8. ad 17. si-  
quidem utriusq; massa capiatur ejusdem ponderis. Contrâ verò, si  
corpus utriusq; metalli, ejusdem amplitudinis sumatur, auri corpus  
ære gravius erit duplo &  $\frac{1}{2}$  vel, ut subtilioribus ponderibus ac numeris  
utamur, eadem est æris ad aurum ratio, quæ 1551. ad 729. ut quidem me-  
spectante demonstravit Franciscus Fuxæus, magnus seculi nostri Ar-  
chimedes. Auri verò ad argentum ratio ea est, quæ 1551. ad 929. aut  
ferè 9. ad 5. Æris item ad argentum ratio ea ferè est, quæ 11. ad 13. aut ex-  
actissima ratione, ut 729. ad 929. Nam hæc duo metalla corpore ac pon-  
dere sibi proxima sunt: propius tamen argentum plumbo accedit tum  
pondere, tum etiam amplitudine: id est, plumbum ejusdem magnitu-  
dinis, qua argentum, tantò gravius erit argento, quantò numerus 15.  
major est 14. vel accuratissimè, ut 998. ad 929. Stannum tametsi ar-  
gento colore quàm similimum videatur, corporis tamen amplitudine  
ac pondere dissimilimum est. Nam utriusq; eadem ferè est ratio, quæ  
9. ad 11. aut subtilius, 600. ad 929. Aurum verò ad stannum, metal-  
lorum omnium levissimum, & corpore capacissimum, ferè triplam  
habet rationem, id est, quam 18. ad 7. vel subtilius 1551. ad 600. Ferrum  
item corporis amplitudine & pondere ad argentum cæteris propius  
accedit.

accedit. Est enim utriusq; ferè eæ ratio, quæ 3. ad 4. vel accuratissimè, ut 634. ad 929. Aurum ferro tantò gravius est, quantò senarius à novenario superatur: aut exactissima ratione 1551. ad 634. Tandem argentum vivum pondere ac volumine proximè ad aurum accedit: levius tamen est & capacius auro: eamq; ferè inter se rationem habent, quam 3. ad 4. vel accuratissimè, ut 1158. ad 1551. *Hæc ille. Quæ eadem repetit in Theatro naturæ, lib. 2. sub finem, folio (mibi) 260. ubi hæc addit:* In metallis proportio voluminis seu magnitudinis eadem est, quæ ponderum: sed ratione contraria. Ut aurum triplo ferè gravius est stanno: ergo stanni volumen seu magnitudo ejusdem ponderis, quo fuerit auri proposita massa, triplo ferè grandior erit massâ auri: (*ita namq; legendum arbitror, secus quam habent exemplaria quedam depravata*) Id autem primus demonstravit Franciscus Fuxæus Caudala. Gallicus Archimedes, acceptis sex metallorum corporibus ejusdem longitudinis, & ab eodem foramine ductis: ea subtilissimis ponderibus ad æquilibrium appendit. Et quoniam hydrargyrum duci non poterat, impressit auri vel argenti frustulum osi sapiæ: deinde auro detracto, concavitatem hydrargyro complevit: pòst in libellæ concavum effudit, ut ponderis gravitatem iniret. *Hæc Bodinus, quæ eò statui adducenda, ut iis partim superius dicta confirmarentur, partim optio lectori relinqueretur in iis, quæ nonnihil discrepant. Nec enim quicquam certi bac in re statui potest ob causam superius allatam.*

*Quod si ergo placeat hæc à Bodino commemoratas proportionες retinere*

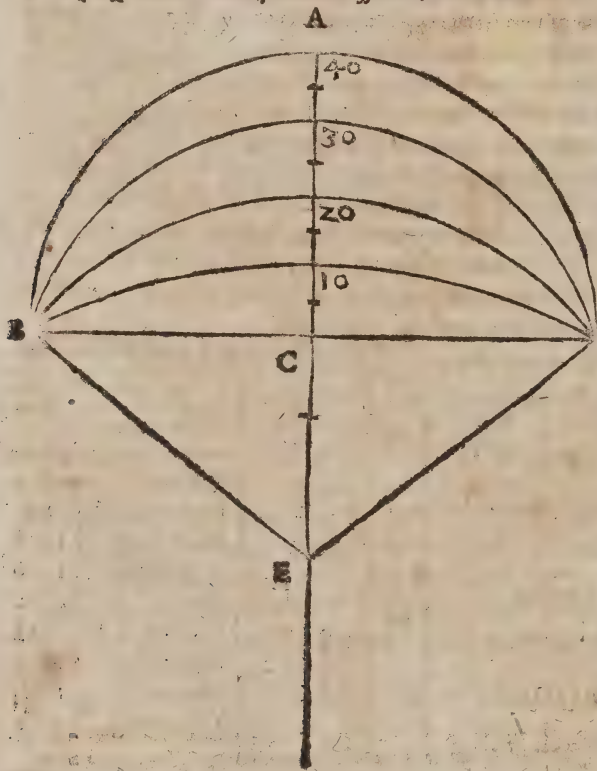
Aurum ratione ponderis habet se ad ejusdem magnitudinis	Hydrargyrum Plumbum Argentum Æs Ferrum Stannum Marmor Lapid. vulg.]	Ut 1000. ad	{	746 $\frac{3}{5}$ 643 $\frac{1}{2}$ 599 470 408 $\frac{4}{5}$ 386 $\frac{4}{5}$ 240 165	}	Æqueponderantiū sphaerarum diametri, in particulis æqualibus.	
						Aurum	1000
						Hydrargyrum	1102
						Plumbum	1158
						Argentum	1186
						Æs	1286
						Ferrum	1348
						Stannum	1374
						Marmor	1863
						Lapis vulg.	2110

nere, poterunt metallorū diametri ex adjunctarum tabellarum alterutra in Metallīcā lineam transferri, eodem planē modo, quem suprà fol. 72. tradidi.

## Adjuncta linea,

lit. G.

Superioris lineae Quadratricis usus extendit se tantū ad regulares figuras multilateras ac circulum. Cū autem non rarò circuli segmenta sectoresq; Lunulae, vel aliae figurae mixtae quadrangulae proponantur, Autor priorē hanc adungere voluit, indeq; nomen eidem indidit: cujus constructionis perspicuitate rem planam efficere conabimur.



Fiat semicirculus ABD. cujus diametro BD, ad perpendicularitū infistat radius AC, qui dividendus est in tot partes aequales, quot segmentorū quadratrices lineas Instrumento placuerit inscribere. Autor divisit in partes 20. è quibus 18. in Instrumento notavit: duas autē, quae centro proximè accedunt, omisit. Ceterum quò plures hujusmodi sint partes, cō



ta, eò erit exactior quadratura. Distribuanus ergo dictum radium  $AC$ . in partes 40. eundemq; infinitè protrahamus versùs  $E$ . in quâ protractâ lineâ centra sunt quærenda eorum arcuum, qui ex  $A$ . per singula ista divisionis puncta usq; ad  $C$ . describendi sunt: qui quidem arcus totum semicirculum in segmenta 40. discescunt. Atq; horum segmentorum singulorum area sunt investiganda, quorum postremum quidem idemq; maximum est ipse semicirculus  $ABCD$ . cujus area jam è superioribus est manifesta. Cum enim, posita semidiametro 100000. circularis area sit 31415926000000 erit area semicirculi 15707963000000. Sequentia verò segmenta quaruntur hoc pacto. Assumatur radius  $AC$ . vel  $CD$  partium 100000. & in talibus partibus investigetur quantitas cum radiorum, arcum quem vis describentium, tum ipsorum arcuum descriptorum, tum deniq; perpendicularorum in singulis sectorum triangulis contentorum; id quod ope canonis sinuum, & per subjunctam tabellam perficitur.

Gradus, prima & secunda scrupula, in partibus talibus, qualium Radius 100000, 00. continet.

Grad.	Part. circûferentiæ	Grad.	Part. circûferentiæ	Ser. pri.	P. circumf.	Ser. sec.	P. circûf.
1	1745,33	60	104719,75	1	29,09	1	48
2	3490,66	70	122173,10	2	58,18	2	97
3	5235,99	80	139626,40	3	87,27	3	1,45
4	6981,32	90	157079,63	4	116,36	4	1,94
5	8726,65	100	174532,92	5	145,45	5	2,42
6	10471,98	110	191986,30	6	174,54	6	2,91
7	12217,31	120	209439,50	7	203,62	7	3,39
8	13962,64	130	226892,90	8	232,71	8	3,88
9	15707,97	140	244346,20	9	261,80	9	4,36
10	17453,30	150	261799,38	10	290,89	10	4,85
20	34906,58	160	279252,80	20	581,78	20	9,70
30	52359,87	170	296706,10	30	872,66	30	14,54
40	69813,20	180	314159,26	40	1163,56	40	19,39
50	87266,46			50	1454,46	50	24,25

Porro semissa quorumvis arcuum multiplicantiur per suos radios, & producantur

producantur area sectorum, à quibus subtrahi debent area triangulorum  
 in illis sectoribus contentorum, remanebuntq; segmentorum area, quarum  
 radices quadrata sunt extrahende, ac in Instrumentum transfere de. Quæ  
 omnia exemplo dilucidiora fient. Esto area investiganda segmenti vigesimi  
 B 20 DC. Quod ut fiat, oportet prius aream sectoris EB 20 D. quare-  
 re, ad hunc modum. Linea C 20. cum sit semissis radii CA, erit partium  
 50000. quæ Tangens in canone Tangentium exhibet arcum 26 grad. 34.  
 scrup. qui est angulus CD 20. Hunc angulum duplica, & habebis semis-  
 sem anguli verticalis in proposito sectore, videlicet angulum DEC. 53. gr.  
 8. scrup. (Nam in triangulo Isoscele acutangolo, quale hic est DE 20. si  
 ex alterutra equalium angulorum, demittatur perpendicularis ad crura  
 alterutrum: verticalis angulus abscissi trianguli minoris erit in proportio-  
 ne subdupla ad verticalem dati Isoscelis trianguli) Huius jam anguli com-  
 plementum ad rectum est angulus EDC. 36. gr. 52. scr. cujus Secans DE.  
 in canone est 124995. partium talium, quales radius CD. habet 100000.  
 Eiusdem anguli Tangens EC. ibidem invenitur 74991. Atq; hæc Tan-  
 gens est perpendicularum trianguli EBD. in Sectore proposito contenti. Præ-  
 terea basis dimidiata sectoris, nimirum arcus D 20. constans gradibus 53.  
 & 8. scrupulis (tantus enim est antea repertus angulus DEC. vel DE 20.)  
 ex precedenti tabella redigatur in tales partes qualium radius ED. est  
 100000. hoc modo: Gradus 50. habent partes 87266. gradus 3. habent 5236.  
 deniq; 8. scrupula habent 233. Harum partium omnium summa 92735.  
 est arcus D 20. semissis baseos in partibus radii ED. 100000. Atqui volo  
 eam in partibus, qualium radius DC. 100000. vel quod idem est, supra in-  
 venta Secans DE. 124995. obtinet. Insituatur ergo talis analogia: ut se  
 habet radius ED. 100000. ad arcum D 20. 92735. ita se habet Secans ED.  
 124995. ad eundem arcum D 20. 115914. Hanc baseos semissem 115914.  
 multiplica per sectoris propositi radium ED. 124995. factus 14488670430.  
 est area sectoris EB 20 D. ex qua subtrahatur eiusdem triangulum EBD.  
 7499100000. (hæc area trianguli reperitur multiplicando repertum antea  
 perpendicularum CE. 74991. per dimidiam basin CD. 100000.) residuum  
 6989570430. est area segmenti B 20 DC. cujus radix quadrata est 83604.  
 Atq; hæc usus methodo, assumpto certioris calculi causa septem cy-  
 phrarum radio, & secundis etiam scrupulis non neglectis, extruxi tabellam  
 appositam: in qua proponuntur radices è singulis singulorum segmentorum  
 areis extractæ, in partibus talibus, qualium semidiameter CD habet 100000.

Hæc autem

Ut autem ad ipsam aliquando tandem fabrica rationem accedatur, habet hec linea numerorum duplicem ordinem, exteriorem unum, qui terminatur in semicirculari nota  $\cap$  alterum interiorem, cuius conclusio est, quadrati signum  $\square$ . Et quidem pro exteriori primum ordine oportet initio lineam Instrumenti, non illam quidem totam, sed ejus quatuor quintas circiter, in 40. partes aequales dividere: ac singulis divisionum punctis exterius convenientes numeros adnotare, ita quidem, ut extremitas ejus, sive quadragesimum punctum, adscriptam habeat notam  $\cap$  sequentibus deinde versus centrum punctis assignentur numeri 39. 38. 37. 36. &c: quanquam postrema puncta 3. 2. 1. propter illum orbiculum, in cujus centro circumagitur Instrumentum, describi minus commodè queunt. Atq; hec 40. partium equalium linea est illa ipsa, quam in figura superiore, fol. 86. concipi-

Segmen- toru nu- merus	Radic. quadr. è seg- ment. areis extracta in part. rad. 100000.	Segmen- toru nu- merus	Radic. quadr. è seg- ment. areis extracta part. rad. 100000.
1	17946	21	85860
2	25833	22	88088
3	31646	23	90289
4	36554	24	92463
5	40893	25	94614
6	44825	26	96746
7	48454	27	98838
8	51846	28	100960
9	54669	29	103042
10	58094	30	105114
11	61006	31	107169
12	63805	32	109210
13	66510	33	111256
14	69132	34	113285
15	71681	35	115304
16	74164	36	117322
17	76594	37	119330
18	78971	38	121337
19	81304	39	123336
20	83663	40	125331 $\square$

Semicir.

M

pore



pere debemus sub radio  $CA$ , in quo singulorum segmentorum altitudines continentur: vel, quod idem est, sub linea  $CD$ . vel  $CB$ , quæ est dimidia chorda singulorum segmentorum, in praxi semper statuerenda transverse inter signa  $\square \square$ .

Deinde numerorum ordo interior, qui progressus è centro, terminatur in signo  $\square$  latera continet eorundem segmentorum in quadrata redactorum, in partibus talibus, qualium 10000. habet exterioris numerorum ordinis linea, hoc est, linea è centro usq; ad signum  $\square$  ducta. Hæc autem latera è superiori tabella in Instrumentum translaturus, oportet, ut modò dictam lineam exterioris ordinis in planitie quadam divides in 1000. partes æquales, indeq; adhibito parallelogrammi suprà declarato compendio singula latera in tabella notata excerpas, abjectis duabus ad dextram notis, si cæ infra 30. fuerint: sin suprà, pro iis unitate ad reliquum numerum adjecta. Punctis jam omnibus lineæ impressis, adscribantur interiori parte numeri convenientes, incipiendo à signo  $\square$  in quod cadit postremum latus 1253. indeq; ad sequentia puncta versus centrum ita progrediendo: 39. 38. 37. &c: ut suprà in exteriori ordine factum est.

Non sum nescius, Autorem observare contrariam rationem, & notationis initium facere, non à centro, sed à signis  $\square$  &  $\square$  ut patet è probl. 31. suprà fol. 38. Hoc est, Autor in lineæ  $AC$ . (vide figuram suprà fol. 86.) segmenta numerat non, ut nos, à  $C$ . versus  $A$ . verum contrà ab  $A$ . versus  $C$ . sic ut semicirculus ipsi sis primum segmentum, quod nobis est postremum. Verum tamen res eadem est, cum eadem Athenis Thebas, quæ Thebis Athenas via doceat. Videtur tamen ratio nostra commodior, è quòd hoc modo numeri denario minores (Digitos autor Algorithmi vocat) cadunt ad illa divisionis puncta, quæ ad Instrumenti centrum propius accedunt, ubi magis magisq; coarctate lineæ spatium angustum, & majorum numerorum non bene capax efficiunt: reliqui verò numeri, ut articuli, & compositi qui duabus cōstant notis, ad illa puncta cadunt, ubi lineæ sese magis diffundunt, ac numerorum grandiorum adscriptionem facile admittunt.

Quod si tamen Autoris & rationem notationis, & in 20. partem divisionem retinere placet, en tabellam, quæ id perficias, è superiore desumptam, & abjectis posterioribus duabus notis decurtatam: è qua latera quadratarum cuiusq; segmenti arearum eodem, quo suprà, modo in Instrumentum transferes, eritq; lineæ hæc Adjuncta usui preparata.

Atq; hæc divisiones sunt, quarum usum in prima sui Tractatus parte declaras

declarat Autor. Illas enim ad usum civilem ac militare, cui potissimum hoc invento nobilissimo voluit inservitum, satis esse iudicavit. Adsciam autem preterea tres alias in gratiam eorum, qui Polydadam Instrumenti naturam ulterius perspicere satagunt: quarum prima chordas arcubus circuli subiectas complectitur: altera quing. corporum regularium sphaerae inscriptibilium: tertia eorundem corporum inter se aequalium latera sive radices complectitur.

	Ordo segm.	Radic. quadr. in partibus rad. 1000.	Ordo segm.	Radic. quadr. in partibus rad. 1000.
<i>Sem.</i>	1	253	10	837
1	12	13	11	790
2	117	3	12	742
3	1133		13	691
4	1092		14	638
5	1051		15	518
6	1010		16	518
7	967		17	448
8	925		18	366
9	881		19	258

## Linea chordarum,

sublir. H,

Semicirculus tantam diametro, quanta est Instrumenti linea tota, describitur in quodam plano, in gradus 180. quam fieri potest accuratissime distribuatur, ea ratione, quam praescribunt huius numeri divisores primi modo, qui supra in Arithm. linea traditur, inventi 2. 2. 3. 3. 5. Nihil tamen refert, imò commodius etiam fuerit, si eorundem divisorum primorum ordinem nonnihil immutem, hoc pacto: 3. 5. 3. 2. 2. id est, si semicirculum in tres primo, quamvis deinde tertiam in quing. quinquarum quing. in tres, tertiarum in duas, secundarum in duas alias aequali partem subdividas. Nam ternariae quidem semicirculi divisionem statim tibi suppeditat expansio circini ad semidiametrum: cum semidiam. etiam sexta circuli, hoc est tertiam semicirculi partem sive 60. gradus subtendat. Pitisc. Trigon. lib. 2 prop. 29. Quinaria verò singularum tertiarum subdivisio etiam ob causam ante binariam vel ternariam videtur esse suscipienda, quia facilius arcum circuli, dum est maior, quam minorem factum, & multis precedentibus divisionibus quasi attenuatum in plures particulas distribuimus. Distributione hac absoluta, singulorum graduum chordae, uno circini crure fixo in ea diametri extremitate, ubi numerationis graduum fit initium, altero crure ad singulos ordine gradus expanso depromuntur, & in propositam lineam transferentur, decimo cuius puncto convenientibus numeris ad-

notatis. Quamquam postremorum semicirculi graduum chordæ adeò non habent perceptibilem differentiam, ut vix quinas, nedum singulas habere queamus. Μισότοις quinquorum, vel etiam denorum tantummodo graduum chordæ à semicirculo desumant, ac deinde intermedia in Instrumento spatia in particulas vel quinas vel denas æquales subdividant.

Si libet, majoris certitudinis causâ modum sequentem cum præmissis conjungere, vel eum separatim adhibere poteris. Querantur chordæ singulorum graduum in numeris, hoc pacto. Cum sinus rectus sit semissis subtense dupli arcus: ergo si bisecetur arcus à chorda subtensus; bisegmentiq; sinus duplicetur, habebitur chorda in partibus talibus, qualium est assumptus in Canone radius seu sinus totus. Ut, si scire velim chordam 45. graduum, sumo semissem hujus arcus, videlicet 22. grad. 30. scr. cujus sinus 28268. duplicatus, dat 45. graduum chordam 76536. in partibus radii 100000. atq; ita diametri 200000. Unde diametrum, hoc est, propositam Instrumenti lineam in plano quodam secare oportet in 2000. partes æquales, indeq; chordas dicto modo quasitas, omissis tamen postremis duabus notis, desumere, in Instrumentum transferendas.

Quamquam præstat, omnes illas chordas habere in talibus partibus, qualium tota diameter est 100000. id quod assequemur facile, si modo arcus bisecti sinus à canone depromamus. Ut in exemplo priore chorda 45. graduum est 38268. in partibus talibus, qualium tota diameter habet 100000. Is enim est sinus bisegmenti 22. gr. 30. scr. Ratio est ex 15. prop. lib. 5. Euclid. Nam ut totus numerus 200000. ad totum 76536. ita semissis ejusdem 100000. ad semissem 38268. siquidem partes cum pariter multiplicatis in eadem sunt ratione. Hinc adjuncta tabella fuit extracta, per quam à diametro in partes 1000. divisâ singulorum arcuum chordas depromere facili negotio poteris.

Chordæ



# Chordæ arcuum circuli ad diametrum

1000. supputatæ.

Grad	Chor.	Grad	Chor.	Grad	hor	Grad	Chor.	Grad	Chor.	Grad	Chor.
1	9	31	267	61	500	91	713	121	870	151	968
2	17	32	276	62	515	92	719	122	875	152	970
3	26	33	284	63	523	93	725	123	879	153	972
4	35	34	292	64	530	94	731	124	883	154	974
5	44	35	301	65	537	95	737	125	887	155	976
6	52	36	309	66	545	96	743	126	891	156	978
7	61	37	317	67	552	97	749	127	895	157	980
8	70	38	326	68	559	98	755	128	899	158	982
9	78	39	334	69	566	99	760	129	903	159	983
10	87	40	342	70	574	100	766	130	906	160	985
11	96	41	350	71	581	101	772	131	910	161	986
12	105	42	358	72	588	102	777	132	914	162	988
13	113	43	367	73	595	103	783	133	917	163	989
14	122	44	375	74	602	104	788	134	921	164	990
15	131	45	383	75	609	105	793	135	924	165	991
16	139	46	391	76	616	106	799	136	927	166	993
17	148	47	399	77	623	107	804	137	930	167	994
18	156	48	407	78	629	108	809	138	934	168	995
19	165	49	415	79	636	109	814	139	937	169	995
20	174	50	423	80	643	110	819	140	940	170	996
21	182	51	431	81	649	111	824	141	943	171	997
22	191	52	438	82	656	112	829	142	946	172	998
23	199	53	446	83	663	113	834	143	948	173	998
24	208	54	454	84	669	114	839	144	951	174	999
25	216	55	462	85	676	115	843	145	954	175	999
26	225	56	469	86	682	116	848	146	956	176	999
27	233	57	477	87	688	117	853	147	959	177	999
28	242	58	485	88	693	118	857	148	961	178	999
29	250	59	492	89	701	119	862	149	964	179	999
30	259	60	500	90	707	120	866	150	966	180	1000

Quod si quis tantum Quadrantis chordas Instrumento velit inferere, quod a quibusdam fieri video, totam Instrumenti dividendam lineam in plano describat, ac super eam quadratum extenat per 46. prop. 1. lib. circa hoc quadratum, circulum describat per 9 prop. 4. & ope precedentis tabulæ singulorum Quadrantis arcuum chordas in talibus partibus, quantum circumscripti circuli diameter est 1000. in Instrumentum transferat.

Quamquam & huiusmodi ambages evitari poterunt, hac adhibita

tabellâ, in qua quinorum quorumque Quadrantis graduum chordas posui, in partibus talibus, qualium Quadrantis chorda habet 1000. Qua usus, totam Instrumenti lineam secabis, ut antè, in 1000. partes aequales, & in talibus partibus chordas in tabella descriptas imprimæ lineæ proposita, in cujus quidem extremitatem nonagesimus gradus incidet. Hujusce sectionis intervalla in quinque partes aequales subdividuntur: nec enim in tantillo spatii incrementi differentia sensibiliter mutatur.

Gradus	Chordæ	Gradus	Chordæ
5	62	50	598
10	123	55	653
15	185	60	707
20	246	65	760
25	306	70	811
30	366	75	861
35	425	80	909
40	484	85	955
45	541	90	1000

## Lineæ inscriptibilium eidem sphaeræ corporum. lit. I.

Sectionis hujusce modus vel est linealis, vel numeralis: quarum ille apud Euclid. habetur lib. 13. prop. 18 (quanquam adminiculo sinuum ad numeros quoque revocari facile potest) hic ita se habet. Assumatur sphaera circumscriptæ radius in quantitate sinus totius 10000. partium, & in talibus inscriptorum corporum latera quarantur. Ac initio quidem constat è prop. 13. lib. 13. Eucl. quod sphaera diameter potentiâ sit sesquialtera lateris ipsius Pyramidis sive Tetraedri, quæ est ratio 3. ad 2. hoc est, qualium partium 3. fuerit quadratum diametri, talium 2. est quadratum lateris Tetraedri. Fiat ergo, ut 3. ad 2. sic 4000000000. quadratum diametri sphaeræ, ad 2666666666. quadratum lateris tetraedrici, cujus radix 163299. ipsum inscriptibile Tetraedri latus est.

Secundò per 14. prop. ejusdem libri, sphaera diameter potentiâ dupla est lateris Octaedrici; hoc est, qualium partium 2. fuerit quadratum diametri talium 1. est quadratum lateris Octaedri. Fiat igitur, ut 2. ad 1. ita 4000000000. ad 2000000000. cujus radix 141421. quæ situm latus Octaedricum est.

Tertiò per 15. ejusdem, sphaera diameter potentiâ est tripla lateris cubici. Quæ res fiat, ut 3. ad 1. ita 4000000000. ad 1333333333. cujus radix quadrata 115470. est inscriptibilis cubi latus.

Allata trium corporum latera fiunt ex aureo illo Pythagoræ theore-

mate de potentiis laterum in triangulo rectangulo: quod est penultima primi apud Euclidem. Duorum vero reliquorum corporum latera promuntur ex altero illo Geometria thesauro de sectione lineae secundum extremam & mediam rationem, qui habetur ibidem propositione 11. secundi, & 30. sexti. Ergo pro Icosaedrico latere inveniendū primum queritur radius illius circuli, ambientis quinq; Icosaedri latera, ex quo scilicet Icosaedrum constitutum est, & qui per quinq; Icosaedri angulos incedit. Ad hunc autem radium, sphaerae diameter potentia quintupla est, per corollarium primum prop. 16. tredecimi. Fiat igitur, ut 5. ad 1. ita potentia diametri 4000000000. ad 800000000. cujus quadrata radix 89443. est radius questus. Hic porro radius est extrema & media ratione secandus per 11. secundi, vel 30. sexti; quod praecise quidem fieri nequit, Non enim numerus in duos potest numeros dividi, ut numerus productus ex toto in alteram partem, aequalis sit quadrato alterius partis, ut Clavius demonstrat ad prop. 14. & 29. lib. 9. Veruntamen propinqui etiam numeri nostro instituto satisfaciunt. Quod si ergo tota linea secanda concipiatur esse 100000. partium, erit majus segmentum 61803. minus vero 38197. qua proportione si supra dictus radius 89443. secetur, erit majus segmentum 55278. Atq; hoc segmentum per 5. & 9. lib. 13. est latus decanguli, quod paulo ante dicto circulo inscribi potest: Unde ejusdem circuli radius erit 89442. Hujus radii, & majoris illius segmenti potentia siue quadrata 7999871364. & 3055657284. juncta, constituunt lateris quinquangularis in illo ipso circulo potentiam 11055528648. per 10. prop. lib. 13. cujus radix 105145. cum sit inter duos Icosaedri angulos, erit ut 9. latus Icosaedri, per 11. & 16. ejusdem.

Deniq; latus dodecaedricum invenitur, si latus cubicum 115470. supra repertum extrema & media ratione secetur. Majus enim segmentum 71364. latus dodecaedricum est, per corollarium 1. prop. 16. lib. 13. Euclidis.

Hujus calculi summam adjuncta tabella proponit, cujus ope sectionem propositam absoluturus, totam Instrumenti lineam, quam concipimus esse sphaerae diametrum, siue axem, in aliqua planitie in partes aequales 2000. dividat, & in talibus partibus corporum regularium latera è tabellâ excerpta, omissis tamen postremis duobus notis si sint infra 50. sin supra, pro.

Latera corporum 5 regularium eidem sphaerae inscriptorum, in partibus tabulis, quatum axis habet 2000. oo.

Pyramis	1632,99
Octaedrum	1414,21
Cubus	1154,70
Icosaedrum	1051,45
Dodecaedrum	713,64



isdem unitate ad reliquum adjecta, in Instrumentum transferas; deniq; singulis punctis nomina corporum, vel, quod satis est, initiales eorum literas S. P. O. C. I. D. assignes. Hoc enim ordine sibi succedunt, ut axes punctum in extremitatem linea cadat; sequatur deinde latus Pyramidis sive Tetraedri: tum octaedri: hexaedri preterea sive cubi; Icosaedri: omnium deniq; minimum Dodecahedri.

## Linea, sphaera corporumq; regularium

Æquatrix, & adinvicem Reductrix. lit. K.

Respondet hac linea Tetragonice Autoris. Quemadmodum enim per illam circulus & ordinate figura multilatera quadrantur: ita per hanc tum sphaera, tum regularia corpora cubantur, invicemq; permutantur. Horum enim omnium æquatorum latera complectitur: quæ, quomodo sint inveniendæ, nunc tradendum est. Ac initio quidem est assumenda certa quadam ac numerata soliditas, quam unam eandemq; singulis corporibus tribuamus. Esto illa 1000000000000000. Et cubi quidem latus est assumpta soliditatis hujusce radix cubica 100000. Sphaera verò diameter investigatur hac analogiâ. Demonstratur à C. Clavio in Geom. pract. lib. 5. fol. 253. ita si habere cubum diametri ad sphaera soliditatem, ut 21. ad 11. Ergo vicissim etiam, ut 11. ad 21. ita soliditas datæ sphaerae 1000000000000000. ad ejusdem diametri cubum 1909090909090909. cujus radix 124054. propositæ sphaerae diameter est.

Secundò pro tetraedrico latere queritur primum diagonius baseos dati cubi, quæ est 141421. inter quam & ejus triplum 424263. si due medie proportionales querantur, & ex prima media, cubica radix extrahatur, erit illa 203961. latus nimirum tetraedri sive Pyramidis quæ situm dato cybo æqualis.

Sic ceterorum etiam corporum regularium latera, Octaedri quidem 128480. Icosahedri 75860. dodecahedri deniq; 49900. investigari per prop. 42. lib. 8. geom. pract. Clavii.

Ceterum ut axis sphaerae, quæ inter has maxima linea est, incidat in extremitatem dividendæ lineæ, oportet, ut ista latera in talibus partibus habeantur, qualium diameter vel axis sphaerae est 100000. quæ quidem per adjunctam tabellam exhibentur, ex qua singula corporum æquatorum latera in Instrumentum transferre commodè poterimus, si tota Instrumenti

linea

linea in planitie quadam secetur in partes 1000. indeq<sup>3</sup> latera in tabellâ nota-  
tata, omissis tamen posteribus duabus notis, depromantur.

Sphæræ & corporum regularium æqualium latera in  
partibus talibus, qualium latus pyram. iisdem æquata  
00000.

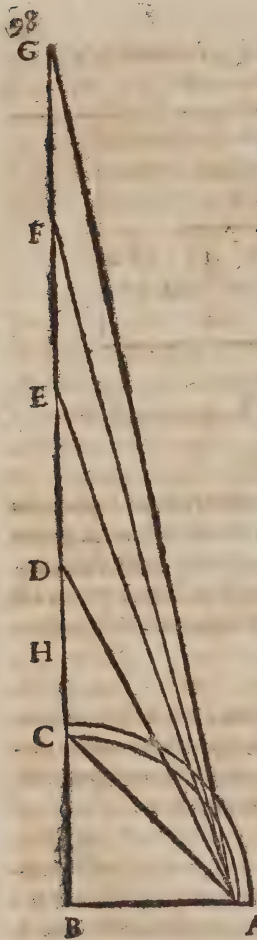
Octaëdrum	62992	Icosaëdrum	37190
Sphæra	60822	Dodecaëdrum	24465
Cubus	49029		

## Divisio Quadrantum, Instrumenti cruribus interceptorum.

Qui in interjecto cruribus limbo Quadrantes describuntur, expeditam  
divisionem habent. Nam primus quidem, qui interior est, in 12. partes  
æquales dissecitur, & scalam bombardariorum constituit, qua ad elevan-  
das altitudine certa machinas, & ejaculandos jussu distantia globos illi  
utuntur. Pinna volubilis, cujus Autor fol. 41. mentionem facit in signu-  
ra ere expressa designatur litera B.

Illum sequitur Astronomicus quadrans, cujus item in 90. gradus  
æqualis distributio nihil difficultatis habet: observatis præsertim hujus nu-  
meri primis divisoribus 3. 3. 5. 2. & quidem primæ divisionem, qua ter-  
naria est, ipse statim descripsi Quadrantis radius subministrat.

Hunc excipit quedam circumferentia duobus comprehensa qua-  
drantibus, quam linea quadam transverse secant, quibus parietum vel  
murorum inclinationis ratio pervestigatur. Hujus divisionis ratio sic est.  
Accipiat longitudo lineæ à centro Instrumenti usq<sup>3</sup> ad interiorē d. & e  
superficiē quadrantem: quo radio describatur Quadrans ABC. ejusq<sup>3</sup>  
latus unum BC. infinitè prolongetur: & prolongata hæc, intervallis BC.  
æquali divisione secetur in D. E. F. G. &c: à quibus punctis ducantur  
lineæ rectæ ad A. quæ transversas illas in Quadrante lineas efficiunt. His  
suis cuiq<sup>3</sup> numeri sunt adscribendi: ita quidem, ut illa linea, quæ describi-



tur à recta D.A. habent adnotatum numerum 1.  
E 23, F 24, G 25, etc. Possunt et intermedie sc-  
ditione fieri. Ut si ex H ad A, ducatur linea, cui  
quidem adscribendus est numerus  $1\frac{1}{2}$ . Porro ex A.  
perpendiculare filium demittatur, quod descripti  
jam quadrantis lineis transiens, de murorum in-  
clinatione judicabit. Ut si latus BG. (utpote  
quod Instrumenti cruri alteri respondet) applice-  
tur muro, perpendiculum autem ex A. ad E. de-  
pendeat, ajo, murum sic inclinatum, ut perpendi-  
cularis ex ejus summitate in basin demissa tripla sit  
ad basin. Est enim EB, tripla ad BA. Quo uno  
exemplo structura ratio & usurpandi modus facile  
percipitur. Sin ex A. in C. filium eat, erit eadem  
cathetus cum basi muri. Nam AB, & BC. sunt  
equales.

Postrema divisio Quadratum habet geome-  
tricum, translātū in Quadrantem circuli. Quam-  
vis autem Quadrati geometrici utramq; umbram  
in 12. partes equal: vulgò partiri, ac singulas de-  
inde in certas al. subdividere soleant: longè tamen  
commodior Autoris centenaria divisio est, eò quòd  
scala tota 100. in arca regula primum tenens locum,  
expeditam divisionem reddit. Sic autem habet  
structura. Describatur quadratum latere tanto,  
quanta est linea ex Instrumenti centro ad Quadran-  
tem dividendum progressa. In hoc quadrato cir-  
culi quadrans describatur, qui dividendo nostro  
quadranti sit equalis. Quadrati deinde latera duo,  
illè nimirum, quæ quadrantem tangunt, in cente-  
nes equalēs partes per regulam in quadrantis centro affixam, & ad singulas  
illas applicatam in ipso quadrante describentur: numeriq; sic annotabun-  
tur, ut utraq; scala in Quadrante sibi obviam eat, & in ejus medietate, ubi  
partes maxime coarctantur, concurrat.

Atq; hac de artificiosa Instrumenti constructione ac divisione com-  
mentari



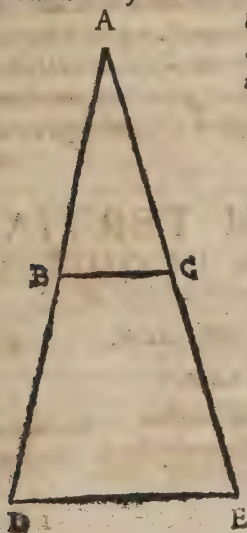
mentari libuit: quam qui tenuerit, non est dubium, quin & facilius intel-  
lecturus, & firmiore memoria sit custoditurus ea, quæ de usu Instrumenti  
precipiuntur, quàm is, qui fundamentorum ignarus, alienis oculis videre  
cogitur.

## Pars altera Notationum, quæ demonstra- tionem habet, cui, ceu fundamento, Instrumenti & usus & fabrica innituntur.

Cognitionis ac scientiæ duo à Logicis modi traduntur. Vel enim  
καὶ τὸ ὅτι rem intelligimus: vel eandem καὶ τὸ διότι & exprimimus fun-  
damentis investigamus. Quorum hic illo longè præstantior est: cum ex eo-  
rundem decreto scire sit rem per causam cognoscere. Ut igitur ἀπελάνωσιν  
huius Instrumenti cognitionem, immotis Geometria firmatam fundamen-  
tis acquiramus, adducam generalissimam demonstrationem, cui omnia &  
Auctoris, & insequentia problemata innituntur: & quæ unâ rectè perceptâ,  
illa omnia facili negotio cognoscantur. Constitueram quidem singulorum,  
Auctoris problematum demonstrationem ac alteriorem declarationem ad-  
ducere: præut Notationum titulus pollicetur. Verùm quia nonnulla impe-  
dimenta interjecta hanc editionem retardârunt, ac typographus pulsanti-

bus jam fores nundinis extremam operi ~~conum~~  
adhuc postulat: istud quicquid est omittere, ac  
in sequenti etiam parte tertia brevior esse cogor.

Esto triangulum Isoscelus vel æquilæcrum  
ADE. cuius duo crura AD. & AE. cruribus  
Instrumenti respondeant. Demonstrandum nunc  
est, omnes in eo lineas basi parallelas. (putâ quæ  
in Instrumento transversè sumimus) eandem in-  
ter se proportionem obtinere, quam habent inter-  
segmenta crurum. Ducatur ergo parallela BC.  
Dico, sic esse BC. ad DE. ut est AB. ad AD.  
Nam æquiangula triangula habent proportiona-  
lia latera, quæ circum æquales sunt angulos, per  
4. prop. lib. 6. Euclid. Atqui ABC. & ADE.  
sunt æquiangula triangula. Ergo latera, quæ  
æquales eorum angulos ad B. & D. comprehen-



dunt, erunt, noīdem proportionalia. Minor probatur ex eo, quod omnes sigillatim anguli sibi aequantur. Nam  $A$ , quidem communis est utriq<sup>ue</sup> triangulo: reliqui vero ad basin, ut  $B$ , &  $D$ , item  $C$ , &  $E$ , sunt aequales, per prop. 5. primi: sunt enim Isoscelium triangulorum. Cum ergo sit, ut  $AB$ . ad  $BC$ , sic  $AD$ . ad  $DE$ . erit etiam, ut  $AB$ . ad  $AC$ . sic  $BC$ . ad  $DE$ . quia ad effectum nihil interest, utrum terminorum proportionalium intermediarum secundo vel tertio loco colloces. Quia ergo jam  $AD$ . dupla ad  $AB$ . erit etiam  $DE$ . dupla ad  $BC$ . Unde si offeratur linea  $DE$ . in duas aequales partes secanda, eam in Arithmetice lineis transversè colloco inter 100. 100. quae concipiamus esse puncta  $D$ . &  $E$ . ac post immoto Instrumento excipio distantiam 50. 50. quae est linea  $BC$ . subdupla ad datam, eandemq<sup>ue</sup> bisecans. Sic in Geometricis lineis, si  $AB$ . concipiat<sup>ur</sup> esse latus quadrati alicujus, &  $AD$ . latus alterius quadrati, quod ad illud sit duplum, si jam duplicandum proponatur quadratum vel alia figura cujus latus  $BC$ . erit  $DE$ . latus figurae duplicatae. Eademq<sup>ue</sup> ratio est de ceteris.

Illud autem quin moneam, facere non possum, quod, etsi hujus & aliarum ἀπὸ δὲ ἑξ ὧν ἡ γεωγία, veluti Parcarum tabulae, maneat immutabiles: tamen inter experiendum & operandū multis de causis errata nonnunquam incidant. Nam vel Instrumentum non exquisitè constructum est, vel puncta lineis impressa grandiora, aut erorum circini divaricatorum obliquo situ apicumve ad actione paulum asperiore à justamagnitudine disceditur. Quanquam hoc nostrum Instrumentum minus, quam vel Iodoci Byrgii proportionum circinum, vel ullum aliud huic simile Instrumentum hallucinationibus obnoxium, usu verò longè amplius esse, omni asseveratione confirmo.

## PARS NOTATIONUM TERTIA, QUA INSTRUMENTI USUS IN QUIBUS- dam, præter Autoris, aliis problematibus resolvendis ostenditur: ac initio quidem explicatur.

### USUS LINEÆ CHORDARUM.

**E**Xponam prius omissarum ab Autore divisionum usum, quam ad alia veniatur. Et principio quidem chordarū lineae multiplicem usum habet. Ejus enim ope licet nobis,

1. *Ex dato circulo petiitum arcum abscindere.* Nam quando propositi circuli semidiameter est equalis chorda 60. graduum directè sumpta, nullo negotio ex eo petitus arcus abscindetur: si nimirum chorda graduum, qui desiderantur, ex Instrumento directè sumpta, dato circulo sic accommodetur, ut ejus extrema in circuli peripheria sint. Ita namq, quem quærimus, arcum habebimus. Sin autem fuerint inæquales inter se, quod ut plurimum fieri solet, dilatandum Instrumentum est, vel constringendum, donec intervallum transversum inter 60. 60. sit æquale dati circuli semidiametro. Atq, sic immoto Instrumento relicto, transverse capitur petitorum graduum chorda, quæ satis faciet quæsito. Quod si gradibus minuta quoq, adhareant, *ἀκριβεια* quidem haberi nulla potest: diligenti tamen oculorum estimatione differentia chordæ dati gradûs ac sequentis dividitur in tales partes, qualem minuta proposita partem unius gradûs constituunt. Sic enim efficiemus, ut ne sensibilis error committatur. Ut si jubeamur abscindere arcum 63. gr. 20. scr. cùm 20 scrupula sint una tertia totius gradûs, spatium inter 63. & 64. mente trifeco, ac diametro circuli dati inter 60. 60. transverse statuat, sumo intervallum  $36\frac{1}{3}$   $36\frac{1}{3}$  quod in circulo dato petiitum arcum abscindet.

2. *Arcûs dati magnitudinem cognoscere.* Instrumento, ut antè, ad propositi circuli radium inter 60. 60. positum extenso, dati arcûs chorda transverse applicetur, ita ut puncta ejus cadant vel in duas easdem, vel æqualiter à duabus eisdem distantes. Nam tot gradus continebuntur in dato arcu, quot gradus continentur inter Instrumenti centrum & puncta reperta.

3. *Data quacunq, portione circuli in gradibus nota, ex ea diametrum investigare.* Precedentes due propositiones notam semidiametrum præsupponunt. At si ea ignota fuerit, ex data circuli portione investigatur, si chorda ejus transverse statuatur inter illos numeros, qui datæ portionis gradus designant; & Instrumento non moto capiatur distantia inter 60. 60. Hec enim est radius circuli, cujus portio data fuit. Intelligantur hæc de portionibus semicirculo minoribus. Sin majores fuerint, subtrahantur ex integro circulo 360. & cum residuo procedatur, ut antè. Quod si jam repertus hic radius circino captus è punctis extremis dati arcûs intersectionem fecerit, habebitur centrum, ex quo circulus, cujus arcus datus fuit, in integrum restitui potest.



4. *Figuram regularem quam cunq, dato circulo inscribere.* Pendet hac propositio è superiore prima. Instrumento ad intervallum semidiametri punctis 60. 60. accommodate aperto, transverse capiantur gradus, quos subdendit inscribendi polygoni latus; atq, huius intervalli seu chordæ operâ circulus in partes petitas dividitur, divisionum punctis per lineas conjunctis. Arcus autem ille, quem latus polygoni subtendit, cognoscitur, integro circulo 360. grad. per numerum laterum figura diviso.
5. *Circa datam figuram æquilateram & æquiangulam circumdescribere.* Latus datæ figurae statuatur transverse inter numeros graduum, quibus illud subtenditur: Ut in triangulo inter 120. 120. in quinquangulo 72. 72. &c. Deinde immoto Instrumento sumatur intervallum 60. 60. quo radio petitus circulus circumscribitur: cujus centrum habetur, si intervallo radii è data linea terminis tanquam centris intersectio fiat. Vides igitur, operationem huius esse conversam superioris propositionis: quæ duæ generaliter hîc informata, lib. Euclidis aliquot propositionibus specialiter proponuntur.
6. *Figuram datam in continua dupla proportionione augere minuerève.* Latus quadrati circulo inscripti æque potest duobus radiis, juxta Pitisci 23. prop. 2. Trigon. è 47. p. 1. Eucl. quare si data figura latus fiat radius, hoc est, inter puncta 60. 60. collocetur. ac deinde immoto Instrumento capiatur intervallum 90. 90. erit id latus homologum figura similis duplicate. Sin modò repertum latus constituatur inter 60. 60. intervallum 90. 90. erit latus figura ad primam illam quadruplè, & ita consequenter invenies latus octuplè, sedecuplè &c. figura. Contrarium fit, quando figura in proportionione subdupla, construuntur. Tum enim latus figura minuen-de statuatur inter 90. 90. dabitq, intervallum 60. 60. latus figura subdupla.
7. *Datam lineam extrema & mediaratione secare.* Quia latus decanguli circulo inscripti est majus segmentum è latere sexanguli sive radio proportionaliter secto, ut habet Euclides lib. 9. prop. 13. & Pappus lib. 5. th. 24. & Camp. ad 3. p. 14. quapropter datam lineam transverse colloca ad puncta 60. 60. utpote latus sexanguli: atq, sit immoto Instrumento sumatur intervallum 36. 36. quod est latus decanguli: ac proinde majus segmentum lineæ proportionaliter sectæ: minus autem ex detractiōne majoris patet. Atq, hæc sectionis proportionalis fabrica vim habet admirabilem in adscrip-tionibus ordinatorum solidorum, unde celestium rerum præcipua mysteria reperi-

ria repetuntur: ut Lucas Pacioli in libro hac de re per scripto eam non immerito divinam appellaverit.

8. *Quantitatem anguli, quem expansa Instrumenti latera continent, explorare.* Circino sumatur intervallum transversum 60. 60. idemq; directè statuatur in alterutra chordarum linea. Nam gradus eo intervallo directè inclusi, magnitudinem anguli propositi monstrant. Atq; huius propositionis usus, dici non potest, quam late sese extendat. Ejus enim adminiculo solvuntur omnia problemata cum geodetica, tum Astronomica, qua vulgari quadrante, vel Gemma Frisii radio solvi possunt. Quam ad rem construenda sunt primac: a tria, quorum unum infigatur Instrumenti centro: duo reliqua extremitatibus utriusq; chordarum lineæ inhereant.

9. *Institutum angulo petito divaricare.* Est quodammodo conversa prioris. Nam anguli petiti gradus directè sumuntur, ac transverse collocantur inter 60. 60. habebiturq; quaesitus angulus

### Usus lineæ inscriptibilium eidem sphaeræ corporum.

1. *Data diametro sphaera, latera invenire quinq; corporum regularium eidem inscriptibilium.* Diameter sphaera data statuatur inter S. S. & imvotâ hac instrumenti aperturâ, latera inde transversim excipiantur. Nam P. P. dabit latus pyramidis: O. O. Octaedri: C. C. cubi. I. I. Icosaedri: D. D. dodecaedri. Contrâ si oporteat.

2. *Dato latere cujuscunq; corporis regularis, invenire diametrum sphaera eidem circumscriptibilis: datum latus transverse statuatur inter puncta dato corpori competentia: & immoto instrumento excepta distantia S. S. diametrum sphaera petita subministrabit.*

Superflua forte videri queat hæc lineæ, cum per geometricam & polygraphicam lineam eadem problemata solvi possint. Nam diameter sphaera potest sesqui alterum lateris tetraedrici: duplum octaedrici: triplum cubici: præterea majus segmentum cubici lateris extrema & media ratione secti est latus dodecaedri: idemq; circulus pentagonum dodecaedri & triangulum icosaedri complectitur. Veruntamen quia geometricâ & polygraphicâ lineâ non nisi per ambages hæc inquiruntur, hic autem directè habentur, hæc lineæ retineri potest.

Usus

Uſus linear, corporum æquatorum: cubatricem  
appellare liceat. Poſſumus hac lineâ

1. Sphæram & regularia corpora cubare, atq; eadem in ſe invicem commutare. Data ſphæra cubum æqualem conſtrueturus, ejus diametrum acceptam circino tranſverſè ſtatuas inter S. S. & immoto Inſtrumento, ſume diſtantiâ punctorum C. C. quæ eſt latus cubi data ſphære æqualis. Haud aliter, ſi latus pyramidis vel ſolidi regularis alterius, æqualis eidem ſphære deſideras, accipias interſtitium punctorum petito corpori competentium. Illud namq; corporis quaſiti, quod æquatur ſphæra, latus erit. Præterea cùm ex converſo placet invenire ſphæram æqualem cubo, vel alii cuius corpori regulari, latus dati corporis circino exceptum ſtatuetur inter ejusdem corporis puncta: & immoto Inſtrumento excipiat diſtantiâ punctorum S. S. quæ diameter eſt ſphæra dato corpori æquata. Tandem hac ipſa ratione latus invenietur cujuſcunq; corporis regularis, æqualis cuicunq; alii corpori propoſito. Ut Octahedrum dato Icoſahedro æquale conſtituetur, ſi latus Icoſahedri propoſiti ſtatuetur inter puncta I. I. & Inſtrumenti ſitu nihil variato capiatur interſtitium punctorum O. O. quod erit Octahedri latus, ad quærendum propoſitum.
2. Diverſis corporibus regularibus omnibus unum aliquod æquale conſtituere. Reſolutio problematis huiusce pendet cùm è præcedente, tum ex Autoris problemate 17. Nam ſi, verbi gratiâ, proponerentur hæc corpora, pyramis, tetrahedrum, ſphæra: petereturq; fieri cubus, qui ſoliditatem iſtorum omnium unus complectatur: initio per antecedens problema ſeparatim inveniendo ſunt tres cubi dictis tribus corporibus æquales. Deinde per Autoris problema 17. unus aliquis cubus iſtis quatuor æqualis conſtruendus eſt.





